رسالہ ڈرائنگ متعلق بہ سول انجنیری

نقشہ کشی

حصہ دوم

طلبائے انجنیری اور نقشہ نویسوں کے لیے

مصنفہ

میجر ای ایچ ڈی وی اٹکنسن آر ای

پرنسپل ٹامسن سول انجنیرنگ کالج رڑکی

مترجمہ

سید عبدالرحمن صاحب بی اے

لکچرار طبیعیات کلیۂ جامعۂ عثمانیہ

سنہ ۱۳۵۱ھ م سنہ ۱۳۴۱ف م سنہ ۱۹۳۲ء

دار الطبع جامعۂ عثمانیہ سرکار عالی حیدرآباد دکن

یہ کتاب حکومت صوبہ جات متحدہ کی اجازت سے
اُردو میں ترجمہ کرکے طبع و شائع
کی گئی ہے۔

بسم اللہ الرحمن الرحیم

دیباچہ

کتاب ہذا کی ترتیب میں یہ کوشش کی گئی ہے کہ صرف ایسی معلومات اس میں درج کی جائیں جو کسی کلیۂ انجینیرنگ کی مختلف جماعتوں کے لیے عام طور پر مفید ثابت ہوں۔ اس کتاب کے دو حصے ہیں: حصہ اول لوئر سب آرڈینیٹس کی جماعتوں کے نصاب پر مشتمل ہے اور اگر حصۂ دوم کو حصہ اول کے ساتھ شریک کرلیا جائے تو انجینیرز، اپر سب آرڈینیٹس اور ڈرافٹسمین وغیرہ کی جماعتوں کے لیے نقشہ کشی کے نصاب کی تکمیل ہوجاتی ہے۔

حسب ذیل کتب سے اس کتاب کی تیاری میں مدد لی گئی ہے:—

پلفورڈز تھیوری اینڈ پریکٹس آف ڈرائنگ (Pulford's Theory and Practice of Drawing)

چیمبرس ٹریٹائز آن سول آرکیٹکچر (Chambers' Treatise on Civil Architecture)

لیونیز آرکیٹکچر آف پلاڈیو (Leoni's Architecture of Palladio)

اٹکنسن پریکٹیکل سالڈ جیومیٹری (Atkinson's Practical Solid Geometry)

واٹسن ڈسکرپٹیو جیومیٹری (Watson's Descriptive Geometry)

فروری سنہ ۱۹۰۲ء

ای۔ ایچ۔ ڈی وی۔ اے

دیباچہ منجانب مترجم

سلسلۂ نصاب سوال انجینئرنگ مع ریاضی کی ابتدا ۱۸۶۶ء میں لفٹننٹ کرنل جے جی۔ مڈلٹن آر۔ ای۔ کے زمانہ میں ہوئی تھی۔ نقشہ کشی اس نصاب کا تیرھواں جزو ہے جس کا ترجمہ ناظرین کی خدمت میں پیش کیا جاتا ہے۔ یہ دو حصوں پر مشتمل ہے۔

حصۂ اول میں انگریزی حروف کو چھاپنے کے سلسلہ میں ۔ تحریر اردو مرکبات کے متعلق ہدایات کا اپنی جانب سے میں نے اضافہ کیا ہے۔ امید کہ طلبا اس سے مستفید ہونگے۔

[illegible] ۱۳۴۱ف

سید عبد الرحمٰن

فہرستِ مضامین

نقشہ کشی حصہ دوم

گیارہواں باب

خطوط اور مستویوں کی تظلیل کے مزید مسائل

بارہواں باب

مجسماتی تظلیل کے متعلق مزید مسائل

مضمون | صفحہ

تیرھواں باب

مجسمات کا باہمی دخول اور مماسی مستویات

چودھواں باب

مجسمات کی کشاد

پندرھواں باب

سایوں کی دریافت اور سایہ دار خطوط کھینچنا

مضمون	صفحہ

سولھواں باب

منظرہ تظلیل

حصۂ دوم

حصۂ دوم

گیارھواں باب

خطوط اور مستویوں کی تظلیل کے مزید مسائل

حصۂ اول کے آٹھویں باب میں جو مسئلے بیان کیے گئے وہ خطوط اور مستویوں کے عام اور سہل مسئلے تھے۔ اس باب میں جو مزید مسائل بیان کیے گئے ہیں ان کو اچھی طرح سمجھ لینے کے بعد طالب علم کو بارھویں باب میں مجسمات کی تظلیل کے مشقی سوالات کو حل کرنا مناسب ہوگا۔

مسئلۂ عملی ۲۱۱ — ایک دیے ہوئے نقطہ میں سے ایک مستوی کو گزارنا جو (ا) ایک معلوم خط کے علی القوائم ہو اور (ب) ایک معلوم مستوی کے علی القوائم ہو (پلیٹ ۲۲۔ شکل ۱ اور ۲)۔

فرض کرو کہ پ₁₂ دیا ہوا نقطہ اور ب₁₂ج معلوم خطِ مستقیم ہے۔

(ا) نقطہ پ₁₂ کا اور خط ب₁₂ج کا رُوکار، ایک ایسے لاما خط پر جو ب₁₂ج کے متوازی ہو، حاصل کرو۔ نقطہ پَ میں سے پَ دَ ایک خط بَ جَ کے علی القوائم اس طرح کھینچو کہ خط لاما کو دَ پر قطع کرے۔ تب مطلوب مستوی کے ہم ارتفاعی خطوط ۱۲ اور ۳ کے رُوکار پَ اور دَ ہونگے۔ لاما خط کے علی القوائم یہ ہم ارتفاعی خطوط کھینچے جا سکتے ہیں اور پیمانہ پر ہندسے بھی لکھے جا سکتے ہیں۔

(ب) اوپر کے قاعدہ (ل) کی طرح اس مسئلہ کو بھی حل کیا جا سکتا ہے۔ معلوم مستوی ھ کا رُوکار ایک ایسے لاھا خط پر کھینچنا چاہیے جو ان مستوی کے میلان کے پیمانہ کے متوازی ہو۔

مسئلہ عملی ۲۱۲۔ ۔۔۔ ایک دیے ہوئے نقطہ سے دیے ہوئے ایک خطِ مستقیم کا اقل ترین فاصلہ دریافت کرنا۔ (پلیٹ ۲۲ شکل ۳)

فرض کرو کہ ب ج دیا ہوا خط اور پ دیا ہوا نقطہ ہے۔ اس نقطہ کے متوازی ایک لاھا خط پر ب ج کا رُوکار حاصل کرو۔ اب اگر دیے ہوئے نقطہ کے رُوکار سے کھینچا ہوا عمود، دیے ہوئے خط کے رُوکار کو پ د کی طرح قطع کرے تو ظاہر ہے کہ پ سے ب ج کا اقل ترین فاصلہ پ د ہے۔ اگر دیے ہوئے نقطہ سے کھینچا ہوا عمود، معلوم خط ۔۔۔ رُوکار کو قطع نہیں کرتا جیسا کہ ر سے کھینچے ہوئے عمود کی حالت میں ہوتا ہے تو دیے ہوئے نقطہ کو خط کے قریب ترین سرے سے ر ج کی طرح ملا دینا چاہیے۔

مسئلہ عملی ۲۱۳ ۔۔۔ ایک دیے ہوئے خط میں سے ایک ایسا مستوی گزارنا جو ایک اور دیے ہوئے خط کے متوازی ہو (پلیٹ ۲۲ شکل ۴)

فرض کرو کہ لہ ب اور ج د دو دیے ہوئے خطوطِ مستقیم ہیں۔ لہ ب میں سے ایک ایسا مستوی گزارنا مطلوب ہے جو ج د کے متوازی ہو۔

لہ میں سے ایک خط لہ ی ایسا کھینچو جو ج د کے متوازی ہو (مسئلہ عملی ۱۹۶)۔ لہ ی ب میں سے ایک مستوی کو گزارو (مسئلہ عملی ۔۔۔)۔ یہ مستوی، مطلوب مستوی ہوگا چونکہ اس میں لہ ی ہے جو ج د کے متوازی ہے۔ لہٰذا خود مستوی ج د کے متوازی ہوگا۔

مسئلہ عملی ۲۱۴ ۔۔۔ دیے ہوئے ایک نقطہ میں سے ایک

ایسا خط کھینچنا جو دو دیگر دیے ہوئے غیر متوازی خطوط سے ملے (پلیٹ ۲۲۔ شکل ۵ اور ۶)۔

فرض کرو کہ پ پ، دیا ہوا نقطہ اور اب ب، اور ج ج، دو دیے ہوئے خطوط مستقیم ہیں۔

شکل ۶ پر غور کرو۔ ہم اگر کوئی مستوی م ایسا لیں جس میں خط اب اور نقطہ پ ہو اور ایک اور مستوی ن بھی لیں جس میں خط ج د اور نقطہ پ ہو تو ظاہر ہے کہ م اور ن کا خطِ تقاطع جس کی تعبیر خط ٹ س کرتا ہے مطلوب خط ہوگا۔

شکل ۵ میں پ پ، ا ا، اور ب ب، میں سے ایک مستوی م گزارو (مسئلہ عملی ۱۹۶) اور پ پ، ج ج، میں سے ایک مستوی ن گزارو۔ ان دونوں مستویوں کا خطِ تقاطع مطلوب خط ہوگا جو کہ دیے ہوئے دونوں خطوط مستقیم کو (اگر ضرورت ہو تو ان کو بڑھایا جا سکتا ہے) نقاط ٹ، اور س پر قطع کرتا ہے۔

مسئلہ عملی ۲۱۵ — ایک ایسا خط کھینچنا جو دو دیے ہوئے غیر متوازی خطوطِ مستقیم کے علی القوائم ہو (پلیٹ ۲۲۔ شکل ۷ اور ۸)۔

فرض کرو کہ ا ب ا، ب، اور ج ج، د د، دو دیے ہوئے خطوط ہیں۔

شکل ۸ میں، فرض کرو کہ ا ب اور ج د دو دیے ہوئے خطوط ہیں۔

م ایک ایسا مستوی لو جس میں ا ب ہو اور وہ مستوی ج د کے متوازی بھی ہو۔ ج د میں کسی نقطہ (مثلاً د) سے د ع مستوی پر ایک عمود کھینچو۔ خط ع ک ایسا کھینچو جو مستوی م میں واقع ہو اور ج د کے متوازی بھی ہو۔ یہ خط ا ب کو (اور اگر ضرورت ہو تو ا ب مخروجہ کو) نقطہ ک پر قطع کریگا۔

خط ک ل کو د ع کے متوازی کھینچو۔ ک ل مطلوب خط ہوگا۔ جو ا ب کے علی القوائم ہے اور نیز ج د کے بھی (اس لیے کہ ج د مستوی م کے متوازی ہے)۔

شکل ۸ میں، ایک مستوی ھ ایسا کھینچو جس میں اب ہو اور جو ھ ج د کے متوازی بھی ہو (مسئلۂ عملی ۲۱۳)۔ ج د کے کسی نقطہ (مثلاً دم) سے دی مستوی ھ کے ہم ارتفاعی خطوط کے علی القوائم کھینچو۔ مستوی ھ اور خط دی کا ایک رودکار کھینچو اور ی کو دریافت کرو جو کہ ان کے نقطۂ تقاطع کا سطحی نقشہ ہے۔

ی سے ج د کے متوازی ی ک، اس طرح کھینچو کہ اب کو (یا ضرورت ہو تو اب مخروجہ کو) ک پر قطع کرے۔

ک سے دی کے متوازی ک ل کھینچو جو ج د (یا ضرورت ہو تو ج د مخروجہ کو) ل میں قطع کرے۔ ک ل مطلوب خط ہوگا جو دیے ہوئے دونوں خطوط کے علی القائم ہوگا۔

مسئلۂ عملی ۲۱۶ — ایک دیا ہوا خط کسی دیے ہوئے مستوی سے جو زاویہ بنائے اس کو ناپنا (پلیٹ ۲۲ - شکل ۹ اور ۱۰)۔

جب کوئی خط کسی مستوی کو قطع کرتا ہے تو اس خط اور مستوی کے درمیان زاویہ وہ زاویہ ہے جو اس مستوی پر خط کے ظل اور خود خط کے درمیان بنتا ہے۔ یہ سب سے چھوٹا زاویہ ہے جو دیے ہوئے خط اور اس مستوی کے کسی خط کے درمیان ناپا جاسکتا ہے۔

فرض کرو کہ اب دیا ہوا خط اور ھ دیا ہوا مستوی ہے۔ خط اب مستوی ھ سے جو زاویہ بناتا ہے اس کو ناپنا مقصود ہے۔

شکل ۱۰ میں فرض کرو کہ ی وہ نقطہ ہے جو کہ ایک خط اب مستوی ھ سے بناتا ہے۔ اب کے کسی نقطے (مثلاً ا) سے مستوی پر کوئی عمود کھینچو جو اسے ٹ پر قطع کرے تب ٹ ی خط اب کے ایک حصہ کا سطحی نقشہ مستوی ھ پر ہوگا اور زاویہ ٹ ی ا (ط) وہ زاویہ ہے جو خط اب مستوی ھ کے ساتھ بناتا ہے۔

اب شکل ۹ پر غور کرو۔ خط اب اور مستوی ھ کا ایک رودکار بناؤ۔ ان کے نقطۂ تقاطع کا سطحی نقشہ ع دریافت کرو۔ اس خط کے اندر کسی نقطہ د (مثلاً د) سے مستوی پر ایک عمود کھینچو۔ اس کے اور مستوی کے نقطۂ تقاطع کا سطحی نقشہ ط دریافت

کرو۔ رُوکار سے ی ط کو نشان کرو۔ تب ط ی لہ مطلوب زاویہ کا سطحی نقشہ ہوگا۔
اس زاویہ کو "عملی طریقہ" سے بناؤ اور پھر اصلی زاویہ د ی ا حاصل کرو۔
اس زاویہ کو عملی طریقہ سے حسب ذیل بنایا جاتا ہے:-
ایک مستوی ھ کو ط ع لہ میں سے گزارو (مسئلہ عملی ۱۹۰) - ۰ ویں
ہم ارتفاعی خط کو گردشی محور لے کر تینوں نقطوں کا ایک رُوکار (۱۵۱ (۰) پر بناؤ۔
نقاط لہ اور ط کو ا اور ط میں وضع کرو۔ نقطہ ع قائم رہیگا۔ اس کو ع سے نشان
کیا جا سکتا ہے اس لیے کہ مثلث ط ع ا کو ایسے ا۔ ھ میں وضع کیا گیا ہے
جس کی ہمواری (۰) ب اور یہی نقطہ ع کی بھی ہمواری ہے۔ ا ع اور ط ا کو ملاؤ۔

مسئلہ عملی ۲۱۷ --- ایک دیے ہوئے خط میں سے ایک ایسا مستوی کھینچنا جو ایک معلوم مستوی کے ساتھ معلوم زاویہ بنائے (پلیٹ ۲۲ - شکل ۱۱ اور ۱۲)۔

فرض کرو کہ ھ معلوم مستوی اور لہ ب دیا ہوا خط ہے۔ لہ ب میں سے
ایک ایسا مستوی کھینچنا مطلوب ہے جو مستوی ھ کے ساتھ ۵۰° کا زاویہ بنائے۔
شکل ۱۲ میں فرض کرو کہ ا ب ایک ایسا خط ہے جو ا۔ ھ سے مائل مستوی ھ کو
نقطہ ی میں قطع کرتا ہے۔ ایک مخروط کھینچو جس کا راس ا پر ہو اور محور مستوی ھ
کے علی القوائم اور تکوینی خط قاعدہ سے ۵۰° کا زاویہ بنائے۔ ی سے ی ف مخروط
کے قاعدہ کا مماس کھینچو۔ شکل سے ظاہر ہے کہ اگر ایک مستوی ع نقاط ی ف اور
ا میں سے گزرے تو یہ مستوی مطلوبہ شرائط کو پورا کریگا۔ اس کے اندر خط ا ب
واقع ہے اور مخروط کا مماس ہونے کی وجہ سے جو کہ مستوی ھ سے ۵۰° کا زاویہ بناتا
ہے خود کو بھی مستوی ھ سے ۵۰° کا زاویہ بنانا اس کے لیے ضروری ہوگا۔ نیز یہ بھی
ظاہر ہے کہ دو مستوی ان شرائط کو پورا کرتے ہوئے کھینچے جا سکتے ہیں۔ اس کی وجہ
یہ ہے کہ ی سے مخروط کے قاعدہ کا ایک اور مماس ی گ کھینچا جا سکتا ہے اور
ایک ایسا مستوی جو نقاط ی، گ اور ا میں گزرے ان تمام شرائط کو پورا کر سکتا ہے۔

اگر مخروط کا زاویۂ میلان اس زاویہ سے چھوٹا ہو جو خط اب، مستوی م سے بناتا ہے تو اس مسئلۂ عملی کا حل ناممکن ہو جاتا ہے۔

اب شکل ۱۱ دیکھو۔ مستوی م کا اور نیز خط اب کا ایک رُوکار بناؤ۔ نقطہ ی کو دریافت کرو جو ان دونوں کے نقطۂ تقاطع کا سطحی نقشہ ہے اور اس کو نشان کر لو۔ ی میں سے مستوی م کے علی القوائم ایک خط کھینچو۔ مستوی م سے اس کے تقاطع کے نقطہ ج کا ایک رُوکار دریافت کرو۔ ی کو راس اور ی ج کو محور قرار دے کر مخروط کا رُوکار ی د ع کھینچو جس کا خطِ تکوین مستوی م کے رُوکار کے ساتھ ۷۰° کا زاویہ بنائے۔

اس مسئلہ کو اب طریقوں سے ختم کیا جا سکتا ہے:—

(۱) یہ قاعدہ شکل ۱۱ میں دکھایا گیا ہے اور یہ زیادہ صحیح ہے۔ نقطہ ی کو جو خط اور ی کے مستوی کا نقطۂ رُوکار ہے عملی طریقہ سے حاصل کرو۔

مخروط کے قاعدہ کا رُوکار بھی اسی طرح حاصل کرو۔ حاصل شدہ سطحی نقشہ ایک دائرہ د ف ع گ ہوگا۔ ی ف اور ی گ دائرہ کے دو مماس نقطہ ی سے کھینچو۔ نقاط ف اور گ کو مستوی م میں عملی طریقہ سے مکرر دریافت کرو اور اس طرح نقاط ف گ حاصل کرو۔

نقطہ ف کو مکرر، عملی طریقہ سے دریافت کرنا:—

ف سے ایک تظلیلی خط ایسا کھینچو کہ لا ما خط کو فٓ پر قطع کرے۔ و کو مرکز اور وفٓ کو نصف قطر مان کر ایک قوس کھینچو جو مستوی م کے رُوکار کو ف میں قطع کرے (اس طرح نقطہ فٓ گردش کرنے کے بعد مستوی م میں آجائیگا)۔ ف سے تحتی تظلیل پھر کرنی ہوگی۔ ف سے ایک خط لا ما کے متوازی اس طرح کھینچو کہ اُس تظلیلی خط کو ف میں قطع کرے۔ رُوکار سے ف کا شمار کر کے نشان کر لو۔ نقطہ گ اسی طرح مکرر عملی طریقہ سے دریافت کیا جاتا ہے۔

دونوں مستوی ص اور ص، جو ی ف ی اور ی گ ی میں سے علی الترتیب گزرتے تھے مطلوبہ مستوی ہیں۔ شکل ۱۱ میں ان مستویوں کو کھینچنے کا عملی طریقہ نہیں بتایا گیا ہے۔

(۲) مخروط کے سطحی نقشہ کی تحتی تظلیل کر لو۔ اس کے قاعدہ کا سطحی نقشہ

ایک شکلِ ناقص ہوگا جس کا محورِ اصغر ل ج میں واقع ہے (یہ مخروط کے محور کا سطحی نقشہ ہے) نقطہ ج ناقص کا مرکز ہوگا۔ ی پ سے اس ناقص کے مماس کھینچو جس سے ف اور گ نقاط حاصل ہو جائینگے۔

مسئلۂ عملی ۲۱۸۔ — ایک دیے ہوئے نقطہ میں سے مطلوب میلان کا ایک ایسا مستوی کھینچنا جو ایک دیے ہوئے مستوی سے معلوم زاویہ بنائے (پلیٹ ۲۳۔ شکل ۱، ۲، ۳)۔

فرض کرو کہ مثلاً ایک نقطہ پ سے ایک مستوی کھینچنا مطلوب ہے جو ا۔م سے ۶۰° مائل ہو اور ایک دیے ہوئے مستوی م سے ۸۰° کا زاویہ بنائے۔

شکل ۱ میں فرض کرو کہ پ دیا ہوا نقطہ اور م دیا ہوا مستوی ہے۔ پ کو مشترک راس مان کر دو مخروط کھینچو۔ اُن میں سے ایک قائم مخروط ہو جس کا محور ا۔م کے علی القوائم اور اس کا خط تکوین ۶۰° کا زاویہ بنائے۔ اور دوسرا ایک ترچھا مخروط ہو جس کا محور مستوی م کے علی القوائم اور اس کا خطِ تکوین مستوی م سے ۸۰° مائل ہو۔ شکل ۲ سے یہ ظاہر ہے کہ اگر ایک مستوی ع دونوں مخروطوں کا مماس کھینچا جائے تو یہ مطلوبہ شرائط کو پورا کریگا۔ قائم مخروط کا مماس ہونے کی وجہ سے وہ ۶۰° ا۔م سے مائل بھی ہے اور ترچھے مخروط کو مماس ہونے کی وجہ سے م کے ساتھ ۸۰° کا زاویہ بھی بناتا ہے۔ نیز یہ نقطہ پ سے گزرتا بھی ہے۔

اس کے علاوہ یہ صاف نظر آتا ہے کہ چار مماسی مستوی ان شرائط کو پورا کرتے ہوئے کھینچے جا سکتے ہیں۔ دو، دونوں مخروطوں کے باہر اور دو، مخروطوں میں سے گزرتے ہوئے۔ لیکن اگر دونوں مخروطوں کے قاعدے خارجاً ایک دوسرے کو مس کریں تو ایسی حالت میں صرف تین مستوی ممکن ہونگے۔ البتہ اگر قاعدے ایک دوسرے کو قطع کریں تو اس صورت میں صرف دو مستوی ممکن ہونگے۔

اب شکل ۱ کو دیکھو۔ مستوی م اور پ کا ایک رُوکار کھینچو۔ پ کو مشترک راس مان کر دونوں مخروطوں کے رُوکار کھینچو۔ ایک کا محور لا نہا خط کے

علی القوائم اور اس کا خطِ تکوین ل۱م۱ خط سے ۷۰° کا زاویہ بناتے ہوئے اور دوسرا مستوی م ایک دو نکار گے علی القوائم اور اس کا خطِ تکوین مستوی م سے ۳۰° مائل ہو۔ اس مخروط کا دونکار خط ل۱م۱ کو بَ اور جَ پر قطع کرتا ہے۔

دونوں مخروطوں کے سطحی نقشے کھینچو۔ قائم مخروط کا سطحی نقشہ دائرہ ہوگا جس کا مرکز نقطہ پ۲ ہوگا۔ مشترک راس کا سطحی نقشہ بھی پ۲ ہوگا۔ ترچھے مخروط کے قاعدے کا سطحی نقشہ ایک ناقص ہے جس کا محورِ اعظم مخروط کے محور کے سطحی نقشے پر واقع ہے۔ دوسرے لفظوں میں، خط پ۲ ج پر۔ نقاط بَ اور جَ کی تحتی تظلیل کرو اور اس طرح اعظم محور کا طول ب ج حاصل کرو۔ ب ج کو اَ میں تنصیف کرو۔ اس نقطہ کا سطحی نقشہ ا، ناقص کا مرکز ہوگا۔ ایک خط ا میں سے ب ج کے علی القوائم کھینچا جائے تو یہ محورِ اصغر کی سمت ہوگی۔

محورِ اصغر کا طول دریافت کرنا

شکل ۳ دیکھو۔ ب س ج ایک ناقص ہے۔ یہ مخروط کی تراش کو جو مخروط میں سے گزرنے والے اُفقی قاطع مستوی سے بنتی ہے دکھاتا ہے۔ (نقطوں کے حروف شکل ۱ میں دکھائے ہوئے حروف کے متناظر ہیں)۔ محورِ اعظم ب ج اور نقطہ ا ناقص کا مرکز حاصل ہو چکے ہیں۔ ا س یا محورِ اصغر کا نصف اب دریافت کرنا مطلوب ہے۔ ناقص کے مرکز ا میں سے گزرنے والے اور محور کے علی القوائم مستوی سے بنائے ہوئے، مخروط کی تراش کا نقشہ کھینچو۔

یہ دائرہ د س ی ہے جس کا مرکز و ہے۔ ا میں سے گزرنے والا دی پر کا ایک عمود، ناقص ب س ج اور دائرہ د س ی دونوں کو ان کے نقطۂ تقاطع پر قطع کرتا ہے۔ تب ا س نصف محورِ اصغر ہوگا جو محورِ اکبر ب ج کے علی القوائم ہے اور ناقص کے مرکز ا میں سے کھینچا گیا ہے۔

پھر شکل ۱ کو دیکھو۔ نقطہ اَ میں سے دَیَ مخروط کے محور کے علی القوائم کھینچو اس طرح کہ یہ محور کو ہ پر قطع کرے۔ ہ کو مرکز اور ہ دَ کو نصف قطر قرار دے کر ایک نصف دائرہ کھینچو (شکل ۳ میں یہ نصف دائرہ د س ی کی تعبیر کرتا ہے)

ن سے د ی پر ن س ایک عمود کھینچو جو نصف کرہ کے محیط کو س پر قطع کرے۔ تب ن س نصف محور اصغر کا طول ہوگا۔ اس کو ن کے ہر دو جانب محور اصغر کی سمت میں جو دریافت کی گئی ہے ناپ لو۔ ناقص کو مکمل کر لو۔ دائرہ اور ناقص کے چار مشترک مماس کھینچ لو۔ یہ مطلوب مستویوں کے خاکہ خطوط (د) ہونگے۔ پ۲ میں سے متوازی خطوط کھینچو اور چاروں مطلوب مستویوں ع ع ع ع کے ڈھلواں پیمانوں کی درجہ بندی کر لو۔

مشقی سوالات

(۱) ایک بالاخانہ پر چڑھنے کے لیے پانچ سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں جن میں سے ہر ایک کی بلندی اور قدم گاہ ۱ فٹ ہے۔ سب سے نچلی سیڑھی کے زیرین حصہ کے دو فٹ کے فاصلہ سے لکڑی کے ایک مستوی تختہ کا (جو سیڑھیوں سے مائل اور زمین سے ۵۰° کا زاویہ بناتا ہے) ایک رُخ شروع ہوتا ہے۔ سب سے اوپر کی سیڑھی کے کنارے میں سے ایک اور لکڑی کے ایسے تختے کا نقشہ کھینچ کر دکھاؤ جو پہلے تختہ سے زاویۂ قائمہ بنائے۔ دوسرے تختہ کا زمین کے ساتھ میلان کیا ہوگا؟

(۲) ایک نقطہ پ۲ میں سے ایک مستوی کھینچو جو ایک دیئے ہوئے دو انچ کے خط ا۳ ب۲ کے علی القوائم ہو۔

(۳) دو انچ کے ضلع کا ایک مربع کھینچو اور اس کے تین کونوں کو ا۵ ب۱ ج۲ سے تعبیر کرو۔ اس چھوٹے سے چھوٹے خط کا طول دریافت کرو جو ج سے ا۵ ب۱ تک کھینچا جا سکے۔

(۴) ایک مستوی کے ۵ اور ۲۵ کے ہم ارتفاعی خطوط دو متوازی خطوط سے تعبیر کیے گئے ہیں جن کے درمیان ۲ انچ کا فاصلہ ہے۔ ایک ایسے نقطہ پ۳ سے جو دونوں خطوط سے مساوی فاصلوں پر ہو اس مستوی پر ایک عمود کھینچو اور اس کے سطحی نقشہ کا طول دریافت کرو۔

(۵) دو خطوط ا۵ ب۳، ج د۱۳ میں سے ہر ایک کا طول سطحی نقشہ میں ۲ انچ ہے اور ان کے سرے ایک دوسرے سے ۱ اور ۱½ کے فاصلہ پر ہیں۔ ا۵ ب۲ میں

سے ایک مستوی کھینچو جو ج د$_۳$ کے متوازی ہو۔

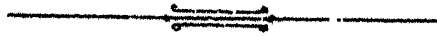
(۶) ایک مستقیم مسدس (ضلع $\frac{۱}{۲}$ ۱") کے زاویوں کو بالترتیب حروف ا ب$_{۲۰}$ ج$_{۵}$ د$_{۱۰}$ ی$_{۱۵}$ ف$_{۱۵}$ سے تعبیر کرو۔ ایسے متوازی مستوی کھینچو جن میں اب اور ج د واقع ہوں اور دی اور اف کے درمیان اقل ترین فاصلہ پ ک دریافت کرو۔

(۷) ایک مستوی مد ۲ - مر سے ۵۰° مائل ہے۔ اس مستوی میں ایک خط اب ایسا کھینچو کہ جو ۴۵° مائل ہو اور اس خط میں سے ایک مستوی ن ایسا کھینچو جو مر کے ساتھ ۴۰° کا زاویہ بنائے۔

(۸) ایک مستوی مد ۴۰° مائل ہے۔ ایک اُفقی خط (سطح ۱۰) مر کے ہم ارتفاعی خطوط کے ساتھ ۳۵° کا زاویہ بناتا ہے۔ دریافت کرو کہ یہ مستوی کے ساتھ کتنا زاویہ بنائیگا۔

(۹) دو خطوط اب اور ب ج کے سطحی نقشے ۱۲۰° کا زاویہ بناتے ہوئے ملتے ہیں نقاط ا اور ج ایک ہی اُفقی سطح پر ہیں۔ خط اب کا میلان ۲۵° کا ہے۔ خط ب ج کا رُو کار کھینچو۔

(۱۰) دو خطوط (جن کا میلان $\frac{۱}{۲}$ اور $\frac{۱}{۳}$ ہے) کے سطحی نقشے ۶۰° کا زاویہ بناتے ہوئے ملتے ہیں۔ اُن کے درمیان صحیح زاویہ دریافت کرو۔

بارھواں باب

مجسماتی تظلیل کے متعلق مزید مسائل

نقشہ کشی حصۂ اول کے صفحہ (۲۱۲) میں جو تین بقیہ صورتیں بیان کی گئی تھیں اُن پر یہاں غور کیا جائیگا۔

صورت پنجم

ایک رُخ کا میلان اور اس رُخ میں کے کسی ایک خط کا میلان اگر دیا جائے۔

مسئلۂ ۲۰۱ میں یہ بتایا گیا تھا کہ کسی مستوی کثیرالاضلاع کی صحیح شکل کس طرح دریافت کی جاتی ہے۔ اگر اس مستوی شکل کو ہم کسی مجسمہ کا ضلع یا قاعدہ قرار دیں تو رُدکار کے ذریعہ مجسمہ کا سطحی نقشہ اس طرح کھینچا جا سکتا ہے کہ اس کے قاعدہ کا ایک ضلع ایک ایسے مستوی میں واقع ہو جو ا-م سے مائل ہے۔

مگر اس حالت میں قاعدہ میں کے چند نقطوں کی بلندیوں (Levels) کا معلوم ہونا ضروری ہے تاکہ مستوی میں شئے کا مقام معین کیا جا سکے۔ اس مزید شرط کی ضرورت مسئلۂ زیر غور میں اس وجہ سے باقی نہیں رہتی کہ دیئے ہوئے رُخ میں خط کا میلان معین کر دیا جاتا ہے۔

اس قسم کے مجسمہ کے نمونہ کو دیکھنے سے واضح ہوگا کہ مستوی کے میلان کے علاوہ اگر شئے کے کسی خط کا میلان جو اس مستوی میں واقع ہو دیا جائے تو شئے مذکور

کے ٹھیک مقام کا تعین کیا جا سکتا ہے۔

مسئلۂ عملی ۲۱۹ — ایسا مسدسی مینار (Hexagonal Pyramid) کھینچنا (قاعدہ کا ضلع ایک انچ، بلندی ۲ انچ) جس کے قاعدہ کا مستوی ا-ھ سے ۵۵° کا زاویہ بنائے اور قاعدہ کا ایک ضلع اب ۳۵° پر مائل ہو (پلیٹ ۲۳ - شکل ۳)۔

مستوی ھ کا جو ۵۵° مائل ہو رُوکار اور سطحی نقشہ کھینچو۔ اس مستوی میں کسی نقطہ و پر ایک خط و لا کھینچو جو ۳۵° مائل ہو (مسئلۂ عملی ۲۰۳)۔

ا-ھ میں ایک خط و لا ہندسی عمل کے ذریعہ اس طرح حاصل کرو (مسئلہ ۲۰۱) کہ نقطہ لا کی تظلیل مستوی کے رُوکار تک نقطہ لاَ پر ہو۔ دَ کو مرکز اور دَ لاَ کو نصف قطر مان کر نقطہ لاَ کو خط لاما پر نقطہ لاَ پر لاؤ۔ نقطہ لاَ میں سے لاما کے علی القوائم ایک خط سے جو نقطہ لا میں سے لاما کے متوازی خط کو قطع کرتے ہوئے کھینچا جائیگا نقطہ لا حاصل ہوگا اور الا خط ولا کی تعبیر کریگا جو ا-ھ میں ہندسی عمل کے ذریعہ سے حاصل کیا گیا ہے۔ الا پر مسدس (ایک انچ ضلع کا) اب ج دی ف کھینچو۔

ان میں سے ہر ایک نقطہ کو مستوی ھ میں "عملی طریقہ سے مکرر حاصل کرو" اور مینار کے قاعدہ اب ج دی کا سطحی نقشہ ا-ھ سے ۵۵° کا زاویہ بناتے ہوئے حاصل کرو۔

اِن نقطوں کو عملی طریقہ سے "مکرر" حاصل کرنے کا قاعدہ "ہندسی عمل" کے بالکل متضاد ہوتا ہے اور یہ کسی شے کو ا-ھ کے باہر کسی مطلوب مستوی میں اُٹھا رکھنے پر مشتمل ہے۔ مثلاً نقطہ د خط لاما میں د پر تظلیل کیا جاتا ہے۔ دَ کو مرکز اور دَ دَ کو نصف قطر قرار دے کر نقطہ دَ کو نقطہ دَ پر مستوی ھ کے رُوکار میں اٹھا دیا جاتا ہے۔ نقطہ دَ کی تظلیل نیچے کی جانب کی جاتی ہے حتیٰ کہ یہ خط لاما کے متوازی

ایک خط کو جو نقطہ د میں سے گزرتا ہے مطلوبہ نقطہ د پر قطع کرتا ہے۔
شکل کی تکمیل کرنے کے لیے مسدس کا مرکز غ دریافت کرو اور اس کو مستوی م میں نقطہ غ میں عملی طریقہ سے مکرر حاصل کرو۔ غ پر غ ایک عمود مستوی م کا کھینچو جو ۲ انچ لمبا ہو۔ نقطہ غ کو پیچھے کی جانب اس طرح تقابیل کرو کہ وہ خط ا،ا کے متوازی ایک خط کو جو نقطہ ع میں سے گزرتا ہے غ پر قطع کرے۔ شکل کو مکمل کرلو۔

صورت ششم

دو کناروں یا وتروں کا میلان اگر دیا جائے۔

اوپر بیان کی ہوئی حالت میں مستوی کا میلان جس میں ایک رُخ واقع ہے دیا گیا تھا۔ اب جو صورت بیان کی جائیگی اُس میں مستوی کا میلان دریافت کرنا ہوگا۔ جو طریقہ یہاں اختیار کیا گیا ہے وہ شکل ۸ پلیٹ (۲۳) کو دیکھنے سے اچھی طرح سمجھ میں آجائیگا۔

فرض کرو کہ خطوط ا ب اور ج ب ایک مجسمہ کے کسی رُخ کے دو متصل کناروں کو تعبیر کرتے ہیں۔ اور ا ب، زاویہ عہا اور ج ب زاویہ بہ بناتا ہے۔ فرض کرو کہ ح ایک اُفقی مستوی ہے جو ا ب اور ج ب کو ف۱ اور ف۲ نقطوں پر قطع کرتا ہے۔ ب سے ایک عمود ا۔ھ پر کھینچو جو ا۔ھ کو ب پر قطع کرے۔
تب ب ف۱ ب ایک مثلث قائم الزاویہ ہوگا جس کا زاویہ ب ف۱ ب، عہا کے مساوی ہے اور ب ف۲ ب ایک اور قائم الزاویہ مثلث ہے جس کا زاویہ ب ف۲ ب، بہا کے مساوی ہے۔ اور ف۱ ب، ف۲ ب کا اور ف۱ ب، ف۲ ب کا سطحی نقشہ بھی ہے۔ ب سے ف۱ ف۲ پر ایک عمود کھینچو جو اس کو و پر قطع کرے۔ و ب کو ملاؤ۔ تب زاویہ ب و ب اُس مستوی کا زاویۂ میلان ہوگا جس میں دونوں خطوط ا ب اور ج ب واقع ہیں۔
اگر زاویہ ف۱ ب ف۲ + عہا + بہا = ۱۸۰° تو مستوی انتصابی ہوگا۔ اگر اس کی قیمت ۱۸۰° سے بڑھ جائے تو اس مسئلہ کا حل ناممکن ہے۔

مسئلۂ عملی نمبر ۲۲ — ایک مثلثی مینار (قاعدہ کا ضلع اور بلندی ۲ انچ) ایسا کھینچنا جس کے قاعدہ کے دو متصل اضلاع ۳۰° اور ۴۰° مائل ہوں (شکل ۶ پلیٹ (۲۳))۔

مینار کے مثلثی قاعدہ کا سطحی نقشہ ا ب ج جو ا - م میں واقع ہو کھینچ لو۔ ضلع اب کے کسی مناسب نقطہ (مثلاً ا) سے اب ایک خط کھینچو جو اب کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بنائے۔ ب سے اب پر ب ب ایک عمود کھینچو۔ ب کو مرکز اور ب ب کو نصف قطر قرار دے کر ایک قوس کھینچو۔ اور ف ب اس قوس کا ایک مماس کھینچو جو ب ج سے ۴۰° کا زاویہ بنائے۔ اس کے لیے سب سے سہل طریقہ یہ ہے کہ ب ج کے ساتھ ۴۰° کا زاویہ بناتے ہوئے ایک خط کھینچو اور اس کے متوازی مماس کھینچ لو۔ اس مماس کے علی القوائم ایک نصف قطر ب ب کھینچو۔ اب چونکہ ب ب اور ب ب مساوی ہیں اس لیے نقاط ا اور ف کا ایک ہی بلندی پر ہونا ضروری ہے (شکل ۶ میں اس کو ف ف سے تعبیر کیا گیا ہے)۔ ف اور ا کو ملانے سے مطلوب مستوی م کا ایک ہم ارتفاعی خط حاصل ہو جائیگا۔

مستوی کا رُوکار حاصل کرنے کے لیے ہم ارتفاعی خط ف ا کے علی القوائم ایک - لا ما کھینچو۔ قوس ب ب کا نصف قطر ا - م کے اوپر نقطہ ب کی بلندی کو تعبیر کریگا (جس کی بلندی ہم ارتفاعی خط ف ا کی بلندی کے مساوی ہوگی)۔ خط لا ما کے متوازی اس سے ب ب کے فاصلہ پر ایک خط کھینچو۔ ب کی لا ما خط کے اوپر تظلیل کرو اور نقطہ ب حاصل کر لو۔ و کو مرکز قرار دے کر (یہ وہ نقطہ ہے جہاں ہم ارتفاعی خط ف ا خط لا ما سے ملتا ہے) و ب نصف قطر سے ایک قوس کھینچو جو "متوازی خط" کو ب میں قطع کرے۔ و ب کو ملاؤ۔ و ب (دونوں جانب غیر معین حد تک بڑھانے کے بعد) مستوی م کا رُوکار ہوگا اور اس میں اضلاع ا ب اور ج ب کے رُوکار واقع ہونگے جب کہ

دہ مستوی م میں ہوں۔ مسئلہ کی تکمیل بالکل اسی طرح نقطوں کو نئی طریقہ سے مکرر حاصل کرنے سے ہوگی جیسا کہ اس سے پہلے کے مسئلہ میں بتایا گیا ہے۔

صورت ہفتم

دو متصل رخوں کا میلان اگر دیا جائے

یہاں ہم پہلے کسی مجسمہ کی عام حالت سے بحث کرینگے۔ یہ ظاہر ہے کہ ان دو مستویوں کے درمیان (جن میں دونوں متصل رخ واقع ہوں) ٹھوس زاویہ (Solid angle) دریافت کرنا اولاً ضروری ہے اس کے بعد ہم دیے ہوئے زاویۂ میلان کے دو مستوی ایسے کھینچ سکتے ہیں جو ایک دوسرے سے ایک۔۔ دیا ہوا زاویہ بنائیں (مسئلۂ عملی عــ۲۱) اور ان کا خطِ تقاطع دریافت کیا جا سکتا ہے۔ اس طریقہ سے دونوں رخوں کے مشترک کنارہ کا غیر معین سطحی نقشہ حاصل ہو جائیگا۔ اس کنارہ کو ہندسی عمل سے ا۔م میں دیے ہوئے دونوں اضلاع میں سے ایک کے مستوی کے ذریعہ حاصل کرو۔ اس طرح حاصل کیے ہوئے خط پر اس ضلع کا سطحی نقشہ کھینچو جو ا - م میں واقع ہے۔ "مکرر" حاصل کرنے کے قاعدہ سے اس سطحی نقشہ کو دیے ہوئے مستوی میں عملی طریقہ سے حاصل کرو اور مطلوب مقام میں ضلع کا سطحی نقشہ کھینچ لو۔ اب پھر ہندسی عمل سے ا۔م میں دوسرے رخ کے مستوی سے مشترک کنارے کے سطحی نقشہ کو تعبیر کرنے والے خط کو حاصل کرو۔ دوسرے رخ کے سطحی نقشہ کو حاصل کرنے کے لیے وہی طریقہ اختیار کرنا چاہیے جو اوپر بیان کیا گیا۔ اس طرح حاصل کیے ہوئے کناروں کے متوازی خطوط کھینچنے سے مجسمہ کا سطحی نقشہ حاصل ہو جائیگا۔

مسئلۂ عــ۲۲۱ کو بغور مطالعہ کرنے سے عام صورتِ حال اچھی طرح سمجھ میں آجائیگی۔

مکعبوں اور مستطیلی منشوروں کے لیے ایک سادہ ترین طریقہ کا اطلاق ہو سکتا ہے۔ ان مجسمات میں کسی رخ کا کنارہ یا خود رخ متصل رخ کے مستوی کے علی القوائم ہوتا ہے اور اس کے حل کا طریقہ عملی مسئلۂ عــ۲۲۲ میں بتایا گیا ہے۔

مسئلۂ عملی ۲۲۱ — ایک مخمسی مینار (قاعدہ کے ضلع کا طول ۱٫۸ انچ اور مائل رُخ قاعدہ سے ۷۵° کے زاویے بناتے ہوئے) کا سطحی نقشہ کھینچنا جب کہ دو متصل رُخ علی الترتیب ۴۰° اور ۵۲° کا میلان رکھتے ہوں (پلیٹ ۴۲ - شکل ۱)۔

ایک مستوی ھ کا جو ۴۰° مائل ہو سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو۔ کسی مناسب نقطہ پ میں سے ایک مستوی ن ایسا کھینچو جو ھ کے ساتھ ۷۵° کا زاویہ بنائے اور ۵۲° مائل ہو۔ (مسئلۂ عملی ۲۱۱) - دونوں مستویوں کا تقاطع د پ دریافت کرو۔ مستوی ھ سے ہندسی عمل سے ۱۔ ھ میں د پ کو کھینچ کر د پ۱ کو حاصل کرو۔ د پ کے کسی مناسب حصہ پر اب ایک خط ۱٫۸ انچ کا ناپ کرلو اور ا ب ج د ی مجسمہ کے قاعدہ کا مستوی کھینچو۔ مکرر حاصل کرنے کے قاعدہ سے پانچ نقطوں ا ب ج د ی کو مستوی ھ میں حاصل کرو اور د ب ج د ی ۴۰° مائل رُخ کا سطحی نقشہ دریافت کرو۔ اب پھر ہندسی عمل سے قاطع خط د پ کو مستوی ن سے ۱۔ ھ میں لاکر د پ۲ حاصل کرو۔ اس خط پر مجسمہ ا ب۲ ع۲ کے ایک رُخ کا سطحی نقشہ حاصل کرو۔ "مکرر" حاصل کرنے کے قاعدہ سے نقاط ب۲ ع۲ کو مستوی ن میں لاؤ اور د ب ع متصل رُخ (جو ۵۲° مائل ہے) کا سطحی نقشہ حاصل کرو۔ مجسمہ کی تکمیل کرلو۔

مسئلۂ عملی ۲۲۲ — ایک مکعب (ضلع ۱½ انچ) کا سطحی نقشہ کھینچنا جس کے دو متصل رُخ علی الترتیب ۳۰° اور ۴۲° مائل ہوں (پلیٹ ۴۲ - شکل ۲)۔

ایک مستوی ھ کا جو ۳۰° مائل ہو رُوکار اور سطحی نقشہ کھینچو۔ ن پر اس مستوی کے رُوکار کے علی القوائم ن پَ ایک عمود کھینچو - اب ن پ مکعب کے

مستوی ھ میں واقع ہونے والے رُخ کے علی القوائم کنارے کی غیر معین سمت کو تعبیر کریگا۔ ن پ میں سے ایک مستوی ن ۴۵° مائل کھینچو (مسئلہ عملی ۱۹۴) اور ن س مستوی ھ اور ن کا تقاطع دریافت کرو۔ ہندسی عمل سے ن س کو ا ھ میں ن س میں حاصل کرو اور اس خط پر ایسا ایک مستوی کھینچو جس میں مکعب ن ا ب ج کا ایک رُخ واقع ہو۔ ان نقطوں کو مستوی ھ میں ملمر حاصل کرنے کے قاعدہ سے دریافت کرو اور اس طرح رُخ ن ا ب ج حاصل کرو۔ نَ پَ کو مکعب کے ضلع کے مساوی بناؤ اور ن پ سطحی نقشہ حاصل کرو۔ مطلوب سطحی نقشہ کی تکمیل ان حاصل کیے ہوئے خطوط کے متوازی کھینچنے سے ہوسکتی ہے۔

مشقی سوالات

(۱) ایک منتظم مسدس ا ب ج د ی ف مستوی ھ میں جو ۵۰° مائل ہے واقع ہے۔ مسدس کا ایک ضلع ا ف ۱۵° مائل ہے۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۲) ایک مکعب کا کنارہ (۲ انچ مربع) ۵۰° مائل ہے۔ اس کے رُخوں میں سے ایک رُخ جس میں کنارہ واقع ہے ۴۰° مائل ہے۔ مکعب کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۳) ایک مثلث متساوی الاضلاع (۲ انچ ضلع) کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ دو متصل ضلعے علی الترتیب ۳۰° اور ۴۰° مائل ہوں۔

(۴) ایک قائم مسدسی منشور (قاعدہ کا ضلع ۱½ انچ، طول ۲¼ انچ) کا سطحی نقشہ اور نمودکار کھینچو جب کہ دو متصل کنارے علی الترتیب ۳۵° اور ۶۰° مائل ہوں۔

(۵) ایک ہشت سطحی (ضلع ۲ انچ) کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ دو متصل ضلعے علی الترتیب ۳۰° اور ۴۰° مائل ہوں۔

(۶) ایک مکعب (کنارہ ۲½ انچ) کا ایک رُخ ۴۵° مائل ہے اور اس رُخ کے ایک وتر کا زاویۂ میلان ۳۰° ہے۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۷) ایک قائم منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے جس کے ضلع کا طول ۱½ انچ ہے۔ اس کی بلندی ۳ انچ ہے۔ اس کا ایک سطحی نقشہ کھینچو جب کہ ایک رُخ ۵۰° مائل ہو اور اس رُخ اور اُس کے متصل کے رُخ کا خطِ تقاطع ۲۵° مائل ہو۔

(۸) ایک مینار کا سطحی نقشہ کھینچو (جس کا قاعدہ ۲ انچ کے ضلع کا مربع ہے اور بلندی ۳ انچ ہے) جب کہ اس کا قاعدہ ۵۰° مائل اور قاعدہ کے کناروں میں سے ایک ۴۰° مائل ہو۔

(۹) ۲½ انچ ضلع کے ایک مربع ا ب ج د کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ کونا ا ایک انچ اور کونا ب ۱½ انچ ا ۔ م سے اٹھا ہوا ہو۔

(۱۰) ۲½ انچ کنارے کے ایک چوسطحی کا سطحی نقشہ کھینچو جس کے دو متصل کنارے علی الترتیب ۳۰° اور ۴۰° مائل ہوں۔

(۱۱) ایک مربع منشور (قاعدہ کا کنارہ ۱½ انچ، بلندی ۳ انچ) کا ایک چھوٹا کنارہ ۵۰° مائل اور اس کے متصل کا ایک بڑا کنارہ ۲۵° مائل ہے۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۲) ایک مسدسی قاعدہ کے مینار (قاعدہ کا ضلع ۱½ انچ اور بلندی ۲½ انچ) کے دو متصل کناروں میں سے بڑا ۵۰° اور چھوٹا ۲۰° مائل ہے اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۳) ایک ہشت سطحی (کنارہ ۲½ انچ) کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ اس کے ایک رُخ کے دو کنارے ۳۲° اور ۴۵° مائل ہوں۔

(۱۴) ایک ہشت سطحی (کنارہ ۲½ انچ) کا ایک وتر ۲۵° مائل اور ایک اور وتر ۳۰° مائل ہے مجسمہ کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۵) ۲ انچ کنارہ کے ایک مکعب کے دو متصل ضلعے ۴۰° اور ۲۰° مائل ہیں اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۶) ۲½ انچ کنارہ کے ایک چوسطحی کے دو متصل ضلعے ۵۰° اور ۲۰° مائل ہیں۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو۔

(۱۷) انگریزی حرف T (۳ انچ اونچا اور انتہائی عرض ۲½ انچ) ایسی چیز کا بنایا گیا ہے جس کی تراش ¾ انچ مربع ہے۔ اس کا سطحی نقشہ کھینچو جب کہ وہ ایک ایسے مستوی پر رکھا ہوا ہو جو ا ۔ م سے ۴۵° مائل ہو۔ حرف کا قاعدہ معمولاً ۶۵° مائل ہوا کرتا ہے۔

(۱۸) ایک خمسی منشور (قاعدہ کا کنارہ ۱½ انچ ۔ بلندی ۳ انچ) کے دو متصل

رُخ ۳۰° اور ۵۵° مائل ہیں - اس کا سطحی نقشہ کھینچو-

(۱۹) ایک قائم مربع مینار (قاعدہ کا کنارہ ۲ انچ، بلندی ۲½ انچ) کے دو متصل رُخ ۴۰° اور ۶۰° مائل ہیں - اس کا سطحی نقشہ کھینچو-

(۲۰) ایک مکعب دوتر کا طول ۲.۵ انچ، کے تین زاویوں کے سطحی نقشے ایک نقطہ پر ملتے ہیں اور ایک دوسرے سے علی الترتیب ۱۵°، ۱۰۰° اور ۱۳۰° کے زاویے بناتے ہیں - مکعب کی تکمیل کرو-

(۲۱) ایک بکس کا جبکہ وہ بند ہو ناپ ۳ انچ × ۲ انچ × ۱ انچ ہے- ڈھکن کا عمق ½ انچ ہے - (موٹائی نظرانداز کر دی جائے) - اس کا ایک کونا ۱.۵ میں ہے، اور ایک سرا ۲۰° اور پیندا ۵۰° مائل ہے - بکس کا ایک سطحی نقشہ کھینچو جب کہ اس کا ڈھکن ۴۰° کے زاویہ تک کھلا ہوا ہو-

(۲۲) ایک مکعب کے ایک رُخ کے تین کونے ۱.۰، ۱.۰ اور ۲½ کی علی الترتیب ہمواریوں پر ہیں - مکعب کا نقشہ کھینچو اور اس کے مرکز کی ہمواری دریافت کرو-

(۲۳) خطوط ا ب اور ب ج سطحی نقشہ میں ایک دوسرے سے ۱۱۰° کا زاویہ بناتے ہیں - ا ب ۴۰° مائل ہے اور ا ب ج ایک زاویۂ قائمہ ہے - ب ج کا میلان دریافت کرو-

(۲۴) دو مستوی جو ایک دوسرے کے علی القوائم اور علی الترتیب ۴۰° اور ۸۰° مائل ہوں کھینچو-

(۲۵) ایک ہشت سطحی کے دو وتر (جس کا کنارہ ۳ انچ ہے) ایک ایسے مستوی میں واقع ہیں جو ۷۰° مائل ہے - وہ مستوی جس میں ان میں سے ایک وتر اور ایک تیسرا وتر واقع ہے ۸۰° مائل ہے - ہشت سطحی نقشہ کھینچو-

تیرھواں باب

مجسّمات کا باہمی دخول اور مماسی مستویات

طلبائے انجینیرنگ کے لیے مجسمات کے باہمی دخول کا مضمون بہت اہم ہے۔ اس کے ذریعہ چھتوں، عمارتوں، وغیرہ کے سطحی نقشے اور رُو کار صحت کے ساتھ کھینچے جاسکتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ یہ مضمون مستویوں کا مجسمات کے ساتھ تقاطع کرنے کی تکمیل اور مسائل عملی ۱۹۵ اور ۱۹۹ کے اطلاق سے متعلق ہے۔

اس باب کو دو دفعوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے :—

صورت اول۔ ایسے مجسّمات کا باہمی دخول جو مستویوں سے محدود ہوں۔

صورت دوم۔ گردشی مجسّمات (Solids of revolution) کا باہمی دخول۔

صورت اوّل

ایسے مجسّمات کا باھمی دخول جو مستویوں سے محدود ھوں

عام اور اہم ترین قاعدہ اس صورت میں ہم فاصلہ متوازی مستویوں کے ایک ایسے سلسلہ کا استعمال ہے جو دونوں مجسمات کو قطع کریں۔ ان مستویوں کے سطحی نقشے ہم ارتفاعی خطوط ہونگے جو علیحدہ نقطوں میں مجسمات کے ترتیب وار رُخوں کے تقاطع کے سطحی نقشوں کو قطع کرینگے۔ یہاں درکار یہ ہے کہ ایک مجسمہ کے ایک رُخ کے کوئی

دو ہم ارتفاعی خطوط (جو بوقتِ ضرورت بڑھائے بھی جا سکتے ہیں) اور دوسرے مجسمے کے ایک رُخ کے متناظر ہم ارتفاعی خطوط کے تقاطع کو حاصل کیا جائے۔ اس سے اُن رُخوں کے مستویوں کے تقاطع کا سطحی نقشہ حاصل ہو جائیگا اور اگر اس سطحی نقشہ کا کوئی حصہ زیر بحث دونوں رُخوں کے سطحی نقشوں کے اندر آجائے تو یہ حصہ دونوں مجسمات میں مشترک اور اُن کے مشترک تقاطع کا ایک حصہ ہو جائیگا۔ یہ ضروری نہیں ہے کہ متوازی مستوی اُفقی ہوں مگر ظاہر ہے کہ ایسے مستویوں کو استعمال کرنا چاہیے جن کے تقاطع مجسمات کے ساتھ آسانی سے دریافت کیے جا سکیں غور کرنے سے یہ واضح ہوگا کہ یہ طریقہ مسئلۂ عملی ۲۲۲ کے طریقہ کی تکمیل ہے۔ مسئلۂ عملی ۲۲۳ میں ایک معمولی اور مسئلۂ عملی ۲۲۴ میں ایک ادق مثال دی گئی ہے۔

اس عام طریقہ کے علاوہ کئی ایسی ترکیبیں بھی ہیں جن سے بعض صورتوں میں مسئلوں کا حل سہل ہو جاتا ہے اس کے لیے طالب علم کو اپنی ذہانت سے کام لینا چاہیے۔

مسئلۂ عملی ۲۲۳ ــــ ایک غیر منتظم مخمسی مینار ایک غیر منتظم چار ضلع والے مینار میں حسب پلیٹ ۴۲ شکل ۱ دخول کرتا ہے۔ اِن کے تقاطع کے اظلال دریافت کرو۔

چار ہم فاصلہ متوازی مستویوں یکم، دوم، سوم، چہارم کے رُوکار، مجسمات کو قطع کرتے ہوئے کھینچو اور ان کے سطحی نقشوں کی دونوں مجسمات کے سطحی نقشوں پر نیچے کی جانب تظلیل کرو۔ اس طرح ہم ارتفاعی خطوط کا ایک سلسلہ حاصل ہو جائیگا۔ ہر رُخ کو علیحدہ علیحدہ لو اور ہم ارتفاعی خطوط کے تقاطع حاصل کرو یعنی اس طرح کہ رُخ ج ب ک کے ہم ارتفاعی خطوط کا تقاطع رُخ د و ج کے ہم ارتفاعی خطوط سے اور رُخ ج ب ک کے ہم ارتفاعی خطوط کا تقاطع رُخ ی و د کے ہم ارتفاعی خطوط، وغیرہ سے حاصل ہو۔ تب خطوط تقاطع کے وہ حصے جو زیر بحث دونوں رُخوں کے سطحی نقشوں کے اندر واقع ہوں اُن کے مشترک تقاطع کا ایک حصہ ہونگے۔

تقاطع کا رُوکار، نقاطِ تقاطع کے سطحی نقشوں کو اوپر کی جانب تظلیل کرنے سے

حاصل ہوتا ہے۔شکل میں وضاحت کی غرض سے صرف ایسے تقاطع کا رُوکار بتایا گیا ہے جو مرئی ہیں۔

مسئلۂ عملی ۲۲۴ — مخمسی اور مثلثی میناروں کے باہمی دخول کے (جو پلیٹ ۲۵ شکل ۲ میں دکھائے گئے ہیں) اظلال کھینچو۔

یہ ایک ادق شکل ہے اور یہاں دو متوازی مستویوں یکم اور دوم سے زیادہ مستویوں کا استعمال غیر ضروری ہے۔اِن مستویوں کے سطحی نقشے حاصل کرو۔مستوی یکم کے ہم ارتفاعی خطوط "ایک نقطہ والی زنجیر" سے اور مستوی دوم کے "دو نقطے والی زنجیر" سے بتائے گئے ہیں۔پیچیدہ شکل میں اس امر کی احتیاط ضروری ہے کہ باقاعدگی سے کام کیا جائے اور ہر تقاطع کو اصول کے ساتھ نشان کیا جائے ورنہ نتیجہ سوائے فضول گڑبڑ کے کچھ نہ حاصل ہوگا۔رُخ ا و ج اور پ ز ت کے ہم ارتفاعی خطوط کے تقاطع سے شروع کرو جس سے خط ۱، ۲ حاصل ہوگا ترتیب میں اس کے بعد رُخ ا و ج اور ت س ز سے خط ۲، ۳ حاصل ہوگا۔نقطہ ۳ کو حاصل کرنے کے لیے رُخ ت س ز کے ہم ارتفاعی خط دوم کو آگے بڑھائے جانا چاہیے کہ وہ رُخ ا و ج کے دوم ارتفاعی خط کو قطع کرنے لگے۔اس نقطہ کو ۲ سے ملانا چاہیے اور نقطہ ۳ وہ ہوگا جہاں کہ یہ خط رُخ ت س ز پر ختم ہوتا ہے۔پھر ا و ج اور س ر ز سے خط ۳، ۴ حاصل ہوگا۔باقی کو اسی طرح سمجھ لو حتیٰ کہ آخری نقطہ ۱۲ کو نقطہ ۱ سے ملایا جائیگا اور دخول کا خاکہ (Outline) اس طرح مکمل ہو جائیگا۔

رُوکار، سطحی نقشہ میں حاصل شدہ نقطوں میں سے ہر ایک کی اوپر کی جانب تظلیل کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔ایسے تمام خطوطِ تقاطع جو مرئی نہیں ہوتے بہت باریک نقطہ دار خطوں سے بتائے جاتے ہیں۔

مسئلۂ عملی ۲۲۵ — ایک مثلثی متساوی الاضلاع منشور اور مربع مینار کے باہمی دخول کے (جن کے ابعاد پلیٹ ۲۶ شکل ۱ میں دکھائے

گئے ہیں) سطحی نقشہ اور رُو کار کھینچو - مینار ۱-ھ پر لٹکا ہوا اور منشور کا ایک رُخ ۱-ھ سے ۱۸° مائل اور اس کا ایک کنارہ بھی ۴-ھ سے ۱۸° مائل ہے -

اس مسئلہ کو معمولی طریقہ سے حل کیا جا سکتا ہے مگر حسبِ ذیل طریقہ زیادہ سہل ہے :—

دونوں مجسمات کا ایک معاون رُو کار ایک ایسے خط لا۲ ھا پر کھینچو جو منشور کے کناروں کے علی القوائم ہو - اوپر جیسا بیان کیا گیا ہے باقاعدہ طور پر کام شروع کرو اور ہر نقطہ کو یکے بعد دیگرے نشان کرو - معاون رُو کار میں کنارہ وؔ دؔ رُخ فؔ کؔ کو نقطہ یؔ میں قطع کرتا ہے - نقطہ یؔ کو سطحی نقشہ و د پر نیچے کی جانب تظلیل کرو اور اس طرح نقطہ ی کو حاصل کرلو - اس نقطہ کی بالائی تظلیل لا۲ ھا خط پر کرو اور نقطہ یؔ کو لا۲ ھا خط کے اتنا ہی اوپر کاٹ کرو جتنا کہ ی خط لا۲ ھا کے اوپر ہے - دخول کے نقطوں میں سے ہر ایک سوائے ہ اور ۰ کے اسی طرح حاصل ہوگا - ان نقطوں کے لیے کنارہ دؔ دؔ مستوی فؔ گؔ کو قطع نہیں کرتا اس لیے ہم کو ایک نقطہ گؔ ایسا دریافت کرنا ہے جہاں کہ مستوی کو بڑھایا جائے تو وہ قطع کریگا اور کؔ کو سطحی نقشہ و د پر تظلیل کرو - نقاط کؔ اور کؔ کو ملاؤ اس طرح کہ کنارہ ف کو مطلوب نقطوں ۰ اور ۴ میں قطع کریں -

مسئلہ عملی ۲۲۶ — ایک چار ضلعوں والا (۲ انچ اونچا) منشور ایک مخمسی (۲½ انچ اونچے) مینار میں دخول کیا ہوا ہے اور اس کا مقام پلیٹ ۲۶ شکل ۲ میں دکھایا گیا ہے - تقاطع کا رُو کار کھینچو -

اس مسئلہ سے ایسے مسائل کے حل کرنے کا ایک اور طریقہ معلوم ہوتا ہے - ایک کنارہ سے باقاعدہ کام کرنا شروع کرو اور پہلے یہ دریافت کرو کہ کنارہ د ع

رُخ ع م ن ف کو نقطہ ی پر کہاں قطع کرتا ہے اور ع ٓ وَ کو یٓ میں قطع کرنے کے لیے ی کی اوپر کی جانب تطلیل کرو۔ اس تسلسل میں دوسرا نقطہ وہاں ہوگا جہاں مثمن کا کنارہ ن م مینار کے رُخ و ع د کو قطع کرتا ہے۔ اس کو حاصل کرنے کے لیے م میں سے و پ کھینچو نقطہ پ کو پٓ پر تطلیل کرو اور پٓ وَ کو ملاؤ۔ نقطہ ۲ جہاں کہ م میں سے تطلیلی خط پٓ وَ کو قطع کرتا ہے کنارہ م ن اور رُخ و ع د کے تقاطع کا مطلوب نقطہ ہے۔ غیر مرئی خطوطِ تقاطع بہت باریک نقطہ دار خطوط سے دکھائے گئے ہیں۔

مماسی مستویات

منحنی سطوح کے باہمی دخول کے مضمون پر بحث کرنے سے پہلے مماسی مستویات کے مضمون پر غور کرنا ضروری ہے۔ گردشی مجسمات کے تقاطع کے اکثر سوالات حل کرنے میں ذیل کے حالات کو جاننا لازمات سے ہے اور نیز ان مجسمات سے پیدا ہونے والے سایوں کو معلوم کرنے میں بھی ان کی ضرورت ہوتی ہے۔

مندرجۂ ذیل عملی مسئلوں سے ایسے مستویوں کے خطوطِ تقاطع (Traces) دریافت کرنے کا طریقہ معلوم ہوگا جو گردشی مجسمات مثلاً مخروط، اسطوانہ اور کرہ کی سطح پر مماس ہوں۔ چونکہ ان مجسمات کی سطحوں پر مماس ہونے والے مستوی بے شمار ہو سکتے ہیں لہٰذا ہم کو دیگر شرائط بھی دیے جانے چاہییں تاکہ ہم کسی مماسی مستوی کے مقام کو پوری طرح دریافت کر سکیں۔

اگر اس سطح پر جہاں کہ مماسی مستوی تماس کر رہا ہو، ایک نقطہ دیا جائے تو ایسی حالت میں صرف ایک مستوی ہو سکتا ہے۔ تمام گردشی سطوح (جو منحنی خطوط سے پیدا ہوئی ہوں) کے مماس مستوی، اگر نقطۂ تماس نہ دیا ہوا ہو تو ان میں دو دیے ہوئے نقطوں کے واقع ہونے اور دی ہوئی سطح کو تماس کرنے سے دریافت کر لیے جا سکتے ہیں۔ خطوطِ مستقیم سے پیدا کیے ہوئے کُل گردشی سطوح کے مماسی مستوی، ان میں ایک دیے ہوئے نقطہ کے واقع ہونے اور دیے ہوئے مخروط یا اسطوانہ کو ان کے تماس کرنے سے دریافت کر لیے جا سکتے ہیں۔ چونکہ مماسی مستوی کے لیے اس کی سطح کی نوعیت کی وجہ سے یہ لازمی ہے کہ خطوطِ تکوینی میں سے ایک

ضرور اس میں واقع ہو۔

چونکہ صرف ایک تطلیلی مستوی پر شکل کھینچ کر دکھانے سے مسئلوں کے متعلق کافی معلومات بہم پہنچ جاتے ہیں اس لیے اس کتاب میں اعداد لکھنے کا جو طریقہ اختیار کیا گیا ہے وہ ان مسئلوں کو حل کرنے کے لیے بہت موزوں ہے۔

مسئلۂ عملی ۲۲۷ — ایک قائم مستدیر اُستوانہ کا سطحی نقشہ اور رُوکار دیے گئے ہیں - ایک دیے ہوئے نقطہ پ میں اُستوانہ کے مماسی مستوی کھینچنا (پلیٹ ۲۷ - شکل ۱)۔

تمام ایسے مستوی جو کسی اُستوانہ کے مماس ہوں، اُستوانہ کے محور کے متوازی ہونگے - اگر نقطہ پ میں سے ہم ایک خط م ل اُستوانہ کے محور کے متوازی کھینچیں تو مطلوب مستویوں میں یہ خط واقع ہوگا - اور نیز یہ کہ اگر اُن نقطوں سے جہاں پر کہ یہ خط م ل اُستوانہ کے قاعدوں کے مستویوں کو قطع کرتا ہے ان قاعدوں پر مماس کھینچے جائیں تو مطلوب مستویوں میں اِن مماسوں کا واقع ہونا ضروری ہے اور یہ اُستوانہ کو اُن تکوینی خطوط پر مس کرینگے جو اُن کے نقاطِ تماس میں سے کھینچے گئے ہوں۔

نقاط ل م کو دریافت کرو جہاں کہ خط ل م اُستوانہ کے قاعدوں کے مستویوں کو قطع کرتا ہے اور ان نقطوں کو رُوکار سے ل، م سے تعبیر کرو - اِن نقطوں سے ل، ج، ل ف، م ہ، م گ اُستوانہ کے قاعدوں کے سطحی نقشوں پر مماس کھینچو اور نقطوں کے نام رُوکار سے دو - تب ج د اور ف گ تکوینی خطوط ہیں جن کی وجہ سے مطلوب مستوی اُستوانہ کو چھوتے ہیں اور مستوی بالترتیب ج د، پ اور ف گ پ میں سے کھینچے جا سکتے ہیں۔

مخروط کی صورت میں، مسئلہ اُسی طرح حل کیا جا سکتا ہے مگر اس حالت میں فرق یہ ہے کہ مخروط کے راس کو دیے ہوئے نقطہ پ سے ملانا چاہیے۔ یہ خط جس نقطہ پر مخروط کے قاعدہ کے مستوی کو قطع کرتا ہے اُس نقطہ سے قاعدہ کو مماس کھینچے جائینگے۔

مسئلہ عملی ۲۲۸ — ایک دیے ہوئے نقطہ پ۱٫۰ سے دو دیے ہوئے کروں کے مماسی مستوی کھینچنا (پلیٹ ۲۷ - شکل ۲)۔

اگر کرے ایک دوسرے کے باہر ہوں تو ظاہر ہے کہ چار مستوی کھینچے جا سکتے ہیں۔ اگر باہر ایک دوسرے سے وہ تماس کریں تو تین مستوی، اگر وہ ایک دوسرے کو قطع کریں تو دو مستوی، اگر وہ اندرونی جانب ایک دوسرے کو تماس کریں تو صرف ایک مستوی کھینچا جا سکتا ہے۔ اگر ایک کرہ، بالکل دوسرے کے اندر ہو تو مسئلہ کا حل ناممکن ہے۔

فرض کرو کہ ل اور ب۱٫۰ دیے ہوئے دونوں کروں کے مرکز ہیں۔ اگر دونوں کو ملفوف کرتے ہوئے ایک مخروط کھینچا جائے تو مماسی مستویوں کو اس مخروط کو ضرور چھونا چاہیے۔ اسی طرح پ۱٫۰ کو راس قرار دے کر دو مخروط اس طرح کھینچے جائیں کہ ان میں سے ہر ایک، ایک کرہ کو ملفوف کرلے تو مطلوب مماسی مستویوں کو اس مخروط کو بھی چھونا ضروری ہوگا۔ لہٰذا اگر ان میں سے ہر ایک مخروط کے، کرہ کے ساتھ مماسی دائرے دریافت کرلیے جائیں تو ان مماسی دائروں کے تقاطع کے نقطے، مطلوب مماسی مستویوں اور کروں کے نقاطِ تماس ہونگے۔ لہٰذا ہر ایک مستوی جس میں دونوں مخروطوں کے راس اور مماسی دائروں کے نقاطِ تقاطع میں سے ایک نقطہ واقع ہو مطلوب شرائط کو پورا کرینگے۔

کروں کے رُوکاروں کو ایک ایسے (؟) ما خط پر جو ان کے مرکزوں کو ملانے والے خط کے متوازی ہو کھینچو اور ملفوف کرنے والے مخروطوں کے سطحی نقشے اور رُوکار کھینچ لو۔ تب اِن مخروطوں کا راس ع ہوگا اور رُوکار سے اس کو ع۳٫۲ شمار کیا جا سکتا ہے۔

اِن مخروطوں اور کروں کے مماسی دائروں کے سطحی نقشے ناقص ج د اور ی ف ہیں۔ ان کے اعظم محور، سطحی نقشوں سے حاصل کیے جاتے ہیں۔ اور محور اصغر رُوکاروں سے نیچے کی جانب تظلیل کیے جاتے ہیں۔

اب ملفوف کرنے والے مخروطوں کے سطحی نقشوں کو راس پ۱٫۰ سے کھینچو۔ چونکہ پ۱٫۰ اور ب۱٫۰ دونوں ایک ہی سطح میں ہیں لہٰذا ان کو ملانے والے خط یا مخروط کا

محور افقی ہوگا اور مخروط اور بڑے کرہ کا دائرۂ تماس ، انتصابی ہوگا اور سطحی نقشہ میں اس کی تعبیر خطِ مستقیم ل م سے کی گئی ہے ۔ بڑے کرہ پر دونوں مماسی دائروں کے نقاطِ تقاطع ن اور س ہیں ۔ ان کے توت نما حسبِ ذیل طریقہ سے حاصل کیے جاتے ہیں :—

فرض کرو کہ کرہ کا ایک بڑا دائرہ جو نقاط ن میں سے ایک نقطہ میں سے گزر رہا ہے اپنے افقی قطر کے گرد اتنا گھمایا جاتا ہے کہ اس کا مستوی افقی ہو جاتا ہے ۔ یہ بڑا دائرہ اب کرہ کے سطحی نقشہ کے ساتھ منطبق ہو جاتا ہے ۔ ن نَ ایک خط کھینچو جو محیط کو نَ پر قطع کرے ۔ اور ب ن سے علی القوائم ہو ۔ نَ نقطہ ن ہے جو ا۔ ھ میں "عمل کے ذریعہ" یا "عملی طریقہ" سے حاصل کیا گیا ہے ۔ لہذا ن نَ کا فاصلہ ب اور ن کے درمیان سطحوں کا فرق ہے اور چونکہ ن ، ب کے اوپر ہے ، اس لیے ن کا توت نما (۱۰ + ن نَ) = ۱۷ اکائیوں کے ۔ اسی طرح س کا توت نما (۱۰ - س سَ) = -۲ اکائیوں کے ۔ مخروط کے (راس پ پر ہے) تماس کرنے والے دائرہ کا سطحی نقشہ جو چھوٹے کرہ کو ملفوف کیے ہوئے ہے ایک شکلِ ناقص (Ellipse) ہے جس کا اعظم محور سطحی نقشہ سے حاصل ہو سکتا ہے ۔ محورِ اصغر کو حاصل کرنے کے لیے مخروط اور کرہ کا معاون نُروکار ایک ایسے خط لا ھا پر بنانا ضروری ہے جو محورِ اکبر کے علی القوائم ہو ۔

ت اور ا۔ ھ وم ناقصوں کے نقاطِ تقاطع نقاط ن اور س کی طرح حاصل کرکے شمار کیے جا سکتے ہیں چار مماسی مستوی اب کھینچے جا سکتے ہیں جن میں سے ہر ایک میں پ ب ا ع و ۳ اور نقاط ن ۱ ، ۲ ، ت ا۔ ھ وم میں سے ایک واقع ہوگا ۔

صورت دوم

منحنی سطوح اور گردشی مجسمات کا باہمی تداخل

دو منحنی سطوح کا تقاطع یا تو (۱) خطِ مستقیم میں ہوگا (مثلاً دو استوانے جن کے محور متوازی ہوں خطِ مستقیم میں ایک دوسرے کو قطع کریں گے) یا (۲) کسی

مستوی کے منحنی ہیں (اس کی مثال ایک کرّہ اور قائم مخروط کا تقاطع ہے جس کا محور اس کے مرکز میں سے گزر رہا ہو) (۳) یا دو ہرے انحنا کے کسی منحنی میں۔ اس کی مثال ایسے دو غیر مساوی اسطوانوں کا تقاطع ہے جن کے محور متوازی نہ ہوں۔ امدادی یا مزید مستویوں سے ایسے تقاطع آسانی کے ساتھ دریافت کیے جا سکتے ہیں۔ ان کے تقاطع ہر ایک متقاطع مجسمہ کے ساتھ معلوم کیے جا سکتے ہیں اور وہ نقاط جہاں یہ تقاطع ایک دوسرے کو قطع کریں ایسے نقطے ہونگے جو دونوں مجسمات میں مشترک ہونگے، لہٰذا مطلوب تقاطع کے نقطے ہونگے۔ ایسے معاون مستویات استعمال کرنا ہوگا، جن کے مجسمات کے ساتھ نقاطِ تقاطع بآسانی دریافت کیے جا سکیں۔ یہ شرط بلحاظ قاعدہ اُسی وقت پوری ہوگی جب کہ زیرِ بحث مجسمات کے ساتھ معاون مستویوں کے تقاطع خود اُن مجسمات کے خطوطِ تکوین ہوں مثلاً دو مخروطی سطوح، جن کے محور ترچھے اور قاعدے کیسے ہی ہوں، مستویوں کے ایک ایسے سلسلے سے قطع کیے جائیں جو دونوں راسوں میں گزریں۔ ایک مخروطی اور اسطوانی سطح کو ایسے متعدد مستویوں سے قطع کرنا چاہیے جن میں پہلی سطح کا راس ہو اور جو دوسری سطح کے محور کے متوازی ہوں۔ ایسے دو گردشی سطوح جن کے محور متقاطع ہوں، ہم مرکزی کرّوں کے ایک نظام سے قطع کیے جائیں جن کا مشترک مرکز، محوروں کا نقطۂ تقاطع ہے۔ ایسے دو گردشی سطوح جن کے محور انتصابی ہوں یا اُفقی مستویوں کے نظام سے قطع کیے جائیں۔ اُن سادہ صورتوں سے یہاں پہلے بحث کی جائیگی جن میں یا تو سطحوں کے محور ایک دوسرے کے علی القوائم ہوں یا دونوں اُفقی ہوں۔ اس کے بعد زیادہ مشکل مسئلے حل کیے جا سکتے ہیں جن میں سطحوں کے محور ایک دوسرے سے کوئی زاویہ بنائیں یا انتصابی اور اُفقی مستویوں سے کسی زاویہ پر مائل ہوں لیکن ہر حالت میں مندرجۂ بالا اصول میں کوئی تبدیلی نہ ہوگی۔

مسئلۂ عملی ۲۲۹ — ایک قائم مخروط کا ایک قائم اسطوانہ کے ساتھ تقاطع دریافت کرنا جب کہ اُن کے محور بالترتیب علی القوائم ہوں۔

اور مخروط کا محور ۱ ۔ م کے متوازی ، اور اس سے $\frac{1}{2}$ اً اوپر ہو (پلیٹ ۲۸ ۔ شکل $\frac{1}{}$) ۔

فرض کرو کہ ا ب ج مخروط کا سطحی نقشہ اور دائرہ ۵ اسطوانہ کا سطحی نقشہ ہے سطحی نقشہ میں کسی مزید چیز کی ضرورت نہیں ہے ۔ صرف رُوکار میں باہمی دخول کے منحنی کو دریافت کرنا ہوگا ۔

اسطوانہ اور مخروط کا ایک رُوکار کھینچو ۔ مسئلۂ عملی ۸۳ کی مدد سے مخروط کے قاعدہ کا رُوکار حاصل کیا جا سکتا ہے ۔

جن اصول سے اوپر بحث کی گئی ہے ان کے لحاظ سے معاون مستویوں کے ایک سلسلہ کو ہم کو کھینچنا ہوگا جو مخروط کے راس میں سے گزریں اور اسطوانہ کے محور کے متوازی ہوں ۔ آخرکار یہ مستوی انتصابی ہو جائینگے اور سطحی نقشہ میں ان کی تعبیر مخروط کے تکوینی خطوط ۱ ب ج د وغیرہ سے ہوگی ۔

اب مستوی ۱ مخروط کا مماس ہے اور اسطوانہ کے سطحی نقشہ کو نقطہ ع میں قطع کرتا ہے ۔ مخروط کے ساتھ اس کے تقاطع کا رُوکار ، خط اَ ہوگا ۔ نقطہ ع کی تظلیل اوپر کی جانب اس طرح کرو کہ یہ اَ کو عَ میں ملے ۔ اس سے مطلوبہ منحنی کا ایک نقطہ حاصل ہو جائیگا ۔

سطحی نقشہ ب ، اسطوانہ کو نقطہ ۲ پر اور مخروط کے رُوکار کو دو خطوط ب اور بَ پر قطع کرتا ہے ۔ نقطہ ۲ کی تظلیل سے جو اوپر کی جانب اس طرح کی جائیگی کہ بَ اور بَ میں ملے ہم کو دو نقطے ۲َ اور ۲َ باہمی دخول کے منحنی پر حاصل ہوتے ہیں ۔ کافی معاون مستویوں کے استعمال سے متعدد نقطے اس طرح حاصل ہو سکتے ہیں ۔ اس سوال میں صرف ایسی منحنیاں دکھائی گئی ہیں جو نظر آتی ہیں تاکہ شکل میں زیادہ گڑبڑ نہ ہو جائے ۔

مسئلۂ عملی نمبر ۲۳۰ ۔۔۔ ایک قائم مخروط کا ایک کرہ کے ساتھ تقاطع کا

ارتفاع دریافت کرنا جب کہ مخروط کا قاعدہ ا۔م پر ٹکا ہوا ہو اور کرہ کا مرکز ا۔م سے $\frac{1}{2}$ انچ اوپر ہو (پلیٹ ۲۸۔ شکل ۲)۔

اوپر قائم کردہ اصول کے مطابق، اس صورت میں، معاون مستوی اُفقی ہونگے۔

دو اُفقی مستوی ایسے لو جن کی تعبیر رُوکار میں یکم اور دوم سے کی گئی ہے۔ اِن مستویوں کے مخروط اور کرہ کے سطحی نقشوں کے ساتھ تقاطع کے سطحی نقشے، دائرے ہونگے جو یکم و دوم کے نشان لگا کر بتائے گئے ہیں۔ اِن دائروں کے تقاطع سے ایسے نقطے حاصل ہونگے جو مطلوبہ باہمی دخول کے منحنی پر ہونگے۔

مثال کے طور پر ان دونوں دائروں کو لو جن پر "یکم" کا نشان ہے۔ یہ دونوں ۱ اور ۲ پر ایک دُوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ ان دونوں نقطوں کو اُوپر کی جانب مستوی یکم کے رُوکار پر تظلیل کرو۔ اس طرح ہم کو ا اور ۲ نقطے منحنی پر حاصل ہوجائینگے۔

اس طرح متعدد نقطے حاصل کیے جاسکتے ہیں بشرطیکہ معاون مستویوں کی تعداد بڑھادی جائے۔

منحنیوں حَ اور کَ کے محدود نقطے دریافت کرنے کا ایک سادہ طریقہ یہ ہے کہ مخروط اور کرہ کا معاون رُوکار ایک ایسے خط لا م ا پر بنانا چاہیے جو مجسمات کے مرکزوں کو ملانے والے خط کے متوازی ہو جس سے حَ اور کَ کی بلندیاں دریافت کی جاسکتی ہیں۔

مسئلۂ عملی ۲۳۱ــــ دو ایسی اُستوانہ نما سطحوں کا تقاطع دریافت کرنا جن کے محورِ تظلیل کے دونوں مستویوں سے ترچھے ہوں اور کسی ایک نقطہ پر ملتے نہ ہوں (پلیٹ ۲۸۔ شکل ۳)۔

دونوں اُستوانہ نما سطحوں کے ظل دیئے ہوئے ہیں۔ ان حصوں کے سطحی نقشے جہاں یہ سطوح لا ما خط کو قطع کرتے ہیں ناقص شکلیں ہونگے جن کو اگر نہ دیا جائے تو پہلے دریافت کرنا ضروری ہے۔ اب اگر دونوں سطحوں کو دونوں محور کے متوازی مستویوں کے ایک نظام سے قطع کیا جائے تو یہ مستوی سطحوں کو ایسے خطوطِ تکوین میں قطع کرینگے جن کے تقاطع سے وہ نقطے حاصل ہونگے جو سطوح کے مشترک نقاطِ تقاطع ہونگے۔

کوئی نقطہ لَ لے کر اس سے دو خطوط لٔ مَ اور لٔ یٔ کے رُدکار ایسے کھینچو کہ ہر ایک کسی اُستوانے کے محور کے متوازی ہو۔ ان کے سطحی نقشے ل م اور ل ی کھینچو۔ تب وہ مستوی جس میں یہ دونوں نقطے واقع ہونگے مطلوب معاون مستویوں میں سے ایک ہوگا اور م اور ی کو ملانے والا خط اس مستوی کا ہم ارتفاعی خط ہوگا جس کی سطح لا ما خط کی سطح ہوگی۔

کوئی دو مناسب خطوط ط ک اور و د ایسے کھینچو جو م ل کے متوازی ہوں۔ یہ خطوط ایسے مستویوں کے ہم ارتفاعی خطوط ہونگے جو "پہلے معاون مستوی" کے متوازی ہیں اور اُستوانوں کے ساتھ ان کے تقاطع کے سطحی نقشے اور رُدکار نقاط ط، د، ف، ک، و، ب، ی، د میں سے گزرنے والے محوروں کے متوازی خطوط کھینچنے سے حاصل ہونگے۔ سطحی نقشوں اور رُدکاروں میں ان خطوط کے باہمی تقاطع سے وہ نقطے حاصل ہونگے جو دونوں اُستوانوں کے مطلوب نقاطِ تقاطع ہونگے۔

متقاطع منحنیوں کے محدود نقطے ایسے معاون مستویوں کے ذریعہ دریافت کیے جاتے ہیں جو ایک اُستوانہ کے ساتھ تماس کریں اور دوسرے کو قطع کریں۔ اس صورت میں ہمیں ایک تکوینی خط ملیگا جو دو دیگر خطوط کو قطع کریگا۔ اس طرح حاصل کیے ہوئے دو نقطے منحنی کے محدود نقطے ہونگے۔ ایک اُستوانہ اور مستوی کے تقاطع سے حاصل شدہ تکوینی خطوط ان نقطوں پر منحنی کے مماس ہونگے۔

م ل کے متوازی ق ن اور س ع اس طرح کھینچو کہ یہ معاون مستویوں کے ہم ارتفاعی خطوط کو جو چھوٹے اُستوانہ کے مماس ہوں، تعبیر کریں اور اُستوانوں کے ساتھ ان کے تقاطع کو بھی کھینچ لو۔ وہ نقطے جہاں یہ خطوطِ تکوین متقاطع ہوں مطلوبہ منحنی تقاطع کے محدود نقطے ہونگے

مشکل سوالات کو حل کرنے کی بہترین ترکیب یہ ہے کہ بہ یک وقت ایک ایک منحنی کو لے کر باقاعدگی کے ساتھ کام شروع کیا جائے ۔ ایسے خطوط تکوین سے ابتدا کرو جو مستوی ق ن سے پیدا ہوتے ہوں ۔ یہ نقطہ ا پر باہم تقاطع کرتے ہیں مستوی ط ک سے پیدا ہونے والے تکوینی خطوط ۲ اور ۶ پر، ا د سے پیدا ہونے والے ۳ اور ۵ پر متقاطع ہوتے ہیں ۔ محدود نقطہ ۴ س ع سے پیدا کیے ہوئے تکوینی خطوط سے حاصل ہوتا ہے ۔ دوسرا منحنی ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ اسی طرح حاصل ہوتا ہے منحنیوں کے رُوکار، یا تو نقطوں کے سطحی نقشوں کی بالائی تظلیل سے اس طرح کہ تظلیلی خط اولین خطوط تکوینی میں سے ایک کو قطع کرنے لگے دریافت کیے جاتے ہیں یا دو خطوط تکوین کے باہمی تقاطع سے اُسی طرح جیسا کہ سطحی نقشہ کی دریافت میں طریقہ اختیار کیا گیا تھا حاصل کیے جاتے ہیں ۔

مسئلۂ عملی ۲۳۲ ۔ ایک اُستوانہ اور مخروط کے باہمی دُخول کی دریافت (پلیٹ ۲۹ شکل ۱)۔

کسی اُستوانہ اور مخروط کے، جو باہمی دُخول کرتے ہوں، سطحی نقشے اور رُودکار کھینچو مخروط کے راس ر میں سے، ایک خط ر پ کا جو اُستوانہ کے محور کے متوازی ہو سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو ۔ اس خط میں سے گزرنے والے تمام ایسے مستوی جو دونوں سطحوں کو قطع کرتے ہوں ان سطحوں کو بالترتیب مخروط اور اُستوانہ کے تکوینی خطوط میں قطع کرینگے ۔
پ میں سے کئی ایسے خطوط کھینچو جن کو بنظر سہولت ہم ا، ب، ج، د، ی سے تعبیر کرینگے اور ان کو ایسے مستویوں کے صفر ارتفاعی خطوط سے تعبیر کرینگے جن میں خط ر پ واقع ہے ۔ اب اگر ایسے نقطوں میں سے جہاں کہ یہ خطوط مخروط اور اُستوانہ کے قاعدوں کو قطع کرتے ہیں تکوینی خطوط کھینچے جائیں تو یہ تکوینی خطوط ایسے خطوط ہونگے جن میں ہر ر پ میں سے گذرنے والا مستوی دونوں سطحوں کو قطع کریگا اور ان کے نقاطِ تقاطع سے سطحوں کے تقاطع کا خاکہ حاصل ہو جائیگا ۔

پہلے سطحی نقشہ پر غور کرو۔ فرض کرو کہ ا اور ی، اُستوانہ کے قاعدہ سے مماسی خطوط ہیں۔ تمام مرئی تکوینی خطوط موٹے خطوط سے اور غیر مرئی خطوط نقطہ دار خطوط سے کھینچے جائیں تاکہ شکل اچھی طرح واضح ہوجائے۔

خط ا، اُستوانہ کے قاعدہ کو نقطہ ژ پر تماس کرتا ہے اور مخروط کے قاعدہ کو ج اور د میں قطع کرتا ہے۔ تکوینی خط کھینچو (یہ تمام نقطہ دار بنائے جائیں) اور ان کے تقاطع کو ا اور ۹ نقطوں سے نشان کرو۔ خط ب، اُستوانہ کے قاعدہ کو ذ اور ف میں اور مخروط قاعدہ کو گ اور ح میں قطع کرتا ہے۔ ہر حالت میں ایک خطِ تکوینی موٹا اور ایک نقطہ دار ہوگا۔ نقاطِ تقاطع ۲ و ۸ اور ۱۰ و ۱۶ کو نشان کرو۔ تقاطع کو ایک ایک کرکے لینا سہولت کا باعث ہوتا ہے یعنی اُستوانہ (داخل ہونے کی صورت میں یا باہر) جو تقاطع کرتا ہے اُس سے شروع کرکے قاعدہ کے اطراف باقاعدگی سے کام کرنا چاہیے۔ نقاط ۱ و ۲ ہم کو نقاط ژ اور و سے حاصل ہوئے ہیں۔ تب خط ج قاعدوں کو ص اور سخ میں قطع کریگا۔ تکوینی خطوط کھینچ کر نقطۂ تقاطع ۳ دریافت کرو۔ اُستوانہ کے قاعدہ کے گرد ایک طرف سے باقاعدہ چلنے سے ۱تا ۸ نقاط کا سلسلہ اور ایک بند منحنی ہم کو حاصل ہوتے ہیں۔ اسی طرح، تقاطع کے دوسرے منحنی کو دریافت کرنے میں اُستوانہ کے قاعدہ کے ان ہی نقطوں اور مخروط کے قاعدہ پر کے مزید نقطوں ڈ، ذ، و اور ح، ص اور ط کو استعمال کرو۔

رُدکار بالکل اُسی طریقہ سے تکوینی خطوط کے رُدکاروں کو کھینچنے اور نقاطِ تقاطع کو نشان کرنے سے حاصل ہوجاتا ہے۔ طالب علم کو یہ دریافت کرنے میں کہ منحنی کا کونسا حصہ مرئی اور کونسا غیر مرئی ہے زیادہ تکلیف نہیں اٹھانی پڑیگی اگر وہ تمام مرئی خطوطِ تکوینی کو موٹے خطوط اور تمام غیر مرئی کو نقطہ دار خطوط سے نقشہ میں تعبیر کرنا شروع ہی سے اختیار کرے۔ مرئی خطوطِ تکوینی کے تقاطع سے مرئی منحنی اور غیر مرئی خطوطِ تکوینی سے غیر مرئی منحنی حاصل ہوگا۔

چونکہ خطوط ا اور ی، اُستوانہ کے قاعدہ کے مماس ہیں، اُن کے تکوینی خطوط ا و ۹ اور ۵ و ۱۳ نقطوں پر تقاطع کے منحنیوں کے مماس ہونگے۔

مسئلۂ عملی ۲۳۳ ـ دو مخروطوں کے باہمی دخول کی دریافت (پلیٹ ۲۹ - شکل ۱۲)۔

اس صورت میں ہم کو دو مخروطوں کے راسوں ر ب کو ملا دینا ہوگا -
ر ب جس نقطہ پر ل ۹ ۱۰ ا کو قطع کرتا ہے وہ اتنی دُور ہے کہ شکل میں دکھایا نہیں
جا سکتا لیکن اس کے سطحی نقشے اور رُوکار حاصل کر لیے جائیں - اس نقطہ کے سطحی نقشہ
سے خطوط ا ب ج د اس طرح کھینچو کہ دونوں مخروطوں کے قاعدوں کے
سطحی نقشوں کو قطع کریں اور حسبِ قاعدہ ارتفاعی خطوط اُن معاون مستویوں سے تعبیر ہوں
جن میں خط ر ب واقع ہے - اب اس مسئلہ کی صورت بالکل وہی ہو جاتی
ہے جو اس کے قبل کے مسئلہ کی اوپر بیان کی گئی اور بطور مشقی سوال کے طالب علم
کے حل کرنے کے لیے چھوڑ دی جاتی ہے -

مسئلۂ عملی ۲۳۴ — پلیٹ (۳۰) میں دکھائی ہوئی ایک چھت کے سطحی نقشے اور رُوکار کھینچو - اس میں ایک مسدسی منارہ ہے جس کا راس، سطحی نقشہ میں م اور ن کے درمیان نصف فاصلہ کی مگری پر کے نقطہ سے ۲۰ فٹ اوپر ہے اور مگری کی سطح پر اس کی اُفقی تراش کا ایک رُخ ۸ فٹ لمبا ہے - اس تراش کے زاویوں میں سے ایک، مگری پر رہے - اصلی چھت کی تمام سلامیاں یا اُتار $\frac{1}{2}$ ہوں - پیمانہ — ۱۲ فٹ = ۱"

اِس باب میں جن اصول سے بحث کی گئی ہے، ان کے ذریعہ، چھت
کو نقشہ سے تعبیر کرنے کی یہ مسئلہ سادہ مثال ہے - کل مطلوب ابعاد اور معاون
رُوکار دیے گئے ہیں اور تقاطع کے حاصل کرنے کے طریقے اس مسئلہ کی شکل کھینچنے سے بخوبی سمجھ میں آجائیں گے

مشقی سوالات

(۱) دو اُستوانوں کا جو بالترتیب ۳ انچ اور ۲ $\frac{1}{2}$ انچ لمبے اور ۱ انچ اور $\frac{3}{4}$ انچ نصف قطر کے

ہیں، تقاطع دریافت کرو۔ ان کے محور افقی ہیں اور ۴۵° کا زاویہ بناتے ہوئے باہم متقاطع ہوتے ہیں۔

(۲) ایک مخمسی منشور (ضلع ۱ انچ اور بلندی ۳ انچ) اس طرح رکھا ہوا ہے کہ اس کا قاعدہ ا-م میں ہے۔ اس کے اندر ایک مربع مینار (قاعدہ ۱ انچ بلندی ۵ انچ) دخول کرتا ہے۔ مینار کا ایک رخ ا-م کے ساتھ ۴۵° کا زاویہ بناتا ہے۔ ان کے تقاطع دریافت کرو۔

(۳) ایک مسدسی مینار (بلندی ۳" اور ضلع ۱") اور ایک مخمسی مینار (بلندی ۴" اور ضلع ۱½") اس طرح رکھے ہوئے ہیں کہ ان کے قاعدے ا-م میں واقع ہیں۔ اول الذکر کے قاعدہ کا ایک زاویہ، موخرالذکر کے قاعدہ کے مرکز پر ہے۔ ان کے تقاطع کے اظلال دریافت کرو۔

(۴) ایک انتصابی مخمسی قائم منشور (قاعدہ ۱½"، بلندی ۴") ۲" نصف قطر کے کرہ کے اندر دخول کرتا ہے۔ منشور کا محور، کرہ کے مرکز سے ½ انچ کے فاصلہ سے گزرتا ہے۔ دونوں مجسمات کے تقاطع کا رُوکار ایک ایسے ع-م پر جو منشور کے ایک رُخ کے ساتھ ۴۵° کا زاویہ بنائے کھینچو۔

(۵) ایک انتصابی قائم مخروط (قاعدہ کا نصف قطر ½ ۱ انچ، بلندی ½ ۴ انچ) ¾ ۱ انچ نصف قطر کے ایک کرہ کے اندر دخول کرتا ہے۔ کرہ کا مرکز، مخروط کے قاعدہ سے ۲ انچ اوپر واقع ہے اور مخروط، کرہ کی سطح کو چھوتا ہے۔ تقاطع کے اظلال دریافت کرو۔

(۶) دو قائم مخروطوں کے افقی چربے ناقص شکلیں ہیں جن کے محور بالترتیب ۴ انچ، ½ ۲ انچ، اور ½ ۳ انچ اور ½ ۲ انچ ہیں۔ خط ا-م سے اول الذکر کا محور اعظم ۲۵° کا زاویہ اور موخرالذکر کا ۴۵° کا زاویہ بناتا ہے۔ یہ ناقص شکلیں باہمی تماس بھی کرتی ہیں۔ مخروطوں کے تقاطع کے ظل دریافت کرو۔

(۷) دو مساوی استوانے متقاطع ہوتے ہیں۔ ان کے محور علی الترتیب افقی اور انتصابی ہیں اور ان کے قطر ½ ۱" ہیں۔ پہلے استوانے کا محور ع-م کے ساتھ ۴۵° کا زاویہ بناتا ہے۔ اور اس کو محدود کرنے والا تکوینی خط سطحی نقشہ

ہیں، انتصابی اُستوانے کے مدور سطحی نقشہ سے باہر اور اس سے $\frac{1}{4}$ انچ کے فاصلہ پر گزرتا ہے۔ حاصل تقاطع کے رُوکار کھینچو۔

(۸) ایک کھوکھلا، انتصابی قائم اُستوانہ، (بیرونی قطر $2\frac{1}{2}$ انچ، موٹائی $\frac{1}{2}$ انچ) ایک اُفقی قائم مخروط (قاعدہ کا قطر $2\frac{1}{4}$ انچ، بلندی $4\frac{1}{2}$ انچ) سے چھدا ہوا ہے۔ مخروط کا محور ع-م سے ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے اور خود مخروط اُستوانے کی اندرونی سطح کو مَس کرتا ہے۔ تقاطع کے اظلال، جب کہ مخروط نکال لیا جائے، دریافت کرو۔

(۹) ایک قائم منشور کا محور جس کا قاعدہ ۲ انچ کے ضلع کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے، انتصابی ہے اور ایک رُخ انتصابی مستوی کے متوازی ہے۔ ایک دوسرے مربع منشور کا محور جس کا ضلع $1\frac{1}{2}$ انچ ہے اُفقی ہے (اور یہ اُفقی مستوی سے $1\frac{1}{2}$ انچ اوپر اور انتصابی مستوی سے ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے) پہلے منشور کے ساتھ اس طرح دُخول کرتا ہے کہ دونوں کے محور متقاطع ہوتے ہیں۔ مربع منشور کا ایک رُخ، اُفقی مستوی سے ۶۰° مائل ہے۔ دونوں مجسمات کے تقاطع کا ارتفاع دکھایا جائے۔

(۱۰) ایک قائم منشور جس کے کنارے ($2\frac{1}{2}$ ضلع کے) متساوی الساقین مثلث ہیں اور بلندی $3\frac{1}{4}$ ہے اس طرح رکھا ہوا ہے کہ اس کا ایک رُخ اُفقی مستوی پر ہے اور ایک کنارہ انتصابی مستوی سے ۹۵ مائل ہے۔ ایک مسدسی منشور کے راس کا سطحی نقشہ جس کا ضلع ۹، انچ اور بلندی $2\frac{1}{2}$ ہے اس کے کنارے کے سطحی نقشہ سے $\frac{1}{4}$ انچ کے فاصلہ پر اس طرح واقع ہے کہ ہرم کے قاعدہ کا کوئی ضلع بھی منشور کے ضلعوں یا کناروں کے متوازی نہیں ہے۔ دونوں مجسمات کے تقاطع کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو۔

(۱۱) ایک مینار کا قاعدہ ۲ انچ کے ضلع کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے اور مینار اُفقی مستوی پر کھڑا ہوا ہے۔ مینار کے راس کا سطحی نقشہ، اس کے قاعدہ کے ایک ضلع کے مرکز پر واقع ہے۔ بلندی $2\frac{1}{2}$"۔ ایک کرہ ۲" قطر کا اُفقی مستوی پر رکھا ہوا ہے۔ اس کے مرکز کا سطحی نقشہ مینار کے قاعدہ کے

مرکز پر واقع ہے ۔ مجسمات کے تقاطع کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو۔

(۱۴) ایک نائم مخروط، (قاعدہ $\frac{1}{2}$ ۲" قطر کا، محور $\frac{1}{2}$ ۳") کا قاعدہ اُفقی ہے ۔ ایک اُستوانہ جس کا قطر $\frac{1}{2}$ ۱" اور محور اُفقی ہے، مخروط میں گھسا ہوا ہے ۔ اُستوانہ کا محور، مخروط کے قاعدہ سے ۱" اُوپر ہے اور اُس کا محور، مخروط کے محور سے $\frac{1}{4}$" کے فاصلہ پر ہے ۔ مجسمات کے تقاطع کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچو۔

چودھواں باب

مجسمات کی کشاد

(DEVELOPMENT OF SOLID)

اس اصطلاح کا مطلب یہ ہے کہ کسی مجسمہ کی بیرونی سطح (Covering) کو ایک سطح مستوی پر کھول کر یا پھیلا کر یا لٹا کر دکھایا جائے۔ ٹین یا تانبے کے کام کرنے والوں اور جوشدان وغیرہ بنانے والوں کے کاموں میں "کشاد" کی عملی مثالیں اکثر ملتی ہیں جہاں اِن لوگوں کو دھات کے پتلے پتروں سے مخروطوں، اُستوانوں، کُروں، وغیرہ، کو بنانا ہوتا ہے۔

خطِ مستقیم کی حرکت سے تکوین میں آنے والی تمام سطحوں کی کشاد حاصل کی جاسکتی ہے بشرطیکہ خطِ تکوین دو متواتر مقامات میں ایک ہی مستوی میں واقع ہو۔ مثلاً مخروطی اور اُستوانی سطحوں کی کشاد ہر حالت میں کی جاسکتی ہے مگر کروی، کرہ نما (Spheroidal)، مرغول نما (Helicoidal) اور مخروط نما (Concoidal) سطوح ناقابلِ کشاد ہوتی ہیں۔

خطِ مستقیم سے تکوین پانے والی سطوح جو ناقابلِ کشاد ہوں بل کھائی ہوئی (Twisted) سطحیں کہلاتی ہیں۔

مجسماتِ کثیر السطوح (Polyhedrons) مثلاً مکعب، چو سطحی (Tetrahedrons) منشور، مخروطِ مضلع (Pyramids) وغیرہ کی بیرونی سطحوں کی کشاد کی دریافت، صرف اس مجسمہ کی مستوی سطوح کی (جب کہ ان کے اظلال دیے جائیں) صحیح شکل کو معلوم کرنا ہے۔ دیے ہوئے مجسمہ کے ہر رُخ کی حقیقی شکل معلوم کی جاسکتی ہے

اور چونکہ دو متصل رخوں میں ایک مشترک کنارہ ہوتا ہے ظاہر ہے کہ اگر ہر رخ کی صحیح شکل دریافت کرلی جائے تو سطح کی کشاد دونوں مختلف رخوں کو برابر برابر ان کے حقیقی اضافی مقامات پر رکھنے سے حاصل ہو سکتی ہے۔

مثلاً کسی منشور کی سطح کی کشاد ہم حاصل کرنا چاہیں تو ہم یہ جانتے ہیں کہ یہ متعدد متوازی الاضلاع سے مل کر بنتی ہے۔ اور اگر ان متوازی الاضلاع کی صحیح شکلیں کھینچ کر برابر برابر اس طرح ان کو رکھ دیا جائے کہ ان کے زاویئی نقطے جو منشور میں منطبق ہوتے تھے اب بھی منطبق ہوں تو حاصل شدہ شکل سطح کی "کشاد" ہوگی۔ اُستوانہ اور مخروط، منشور اور مخروطِ مضلع کی خاص صورتیں ہیں۔ یہ فرض کیا جاتا ہے کہ ان کی سطحیں لاانتہا ہی متوازی الاضلاع یا مثلثوں پر مشتمل ہوتی ہیں۔

مسئلۂ عملی ۲۳۵ ۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی کشاد کو دریافت کرنا۔ اور نیز اس کے زیرین حصہ کی کشاد جب کہ وہ ایک مستوی ل م سے ا۔ م کے ساتھ ۳۵° کا زاویہ بناتے ہوئے قطع کیا جائے (پلیٹ ۱۳۔ شکل ۱ اور ۲)۔

مخروط خواہ کسی مقام پر دیا جائے اس کا سطحی نقشہ اور رُوکار حاصل کیے جاسکتے ہیں جب کہ اس کا قاعدہ ا۔ م میں واقع ہو۔ فرض کرو کہ دَ عَ بَ (شکل ۱) دیئے ہوئے مخروط کا رُوکار ہے۔ اس کا ایک نصف سطحی خاکہ کھینچو۔

اگر ہم یہ فرض کریں کہ مخروط، مساوی اور لاانتہا ہی ضلعوں کا مخروطِ مضلع ہے تو اس کو کھولنے پر ہم کو ایک ایسی سطح حاصل ہوگی جو ایک نقطہ پر مستدق ہونے والے مساوی خطوط کے ایک سلسلہ سے مل کر بنیگی۔ یہ خطوط، مخروط کے تکوینی خطوط ہونگے اور نقطہ اس کا راس ہوگا۔ دوسرے الفاظ میں مخروط کی کشاد دائرہ کا ایک قطاع ہوگی جس کا نصف قطر مخروط کے خطِ تکوین کے مساوی ہوگا۔

اُس قوس کا طول جو قطاع کو گھیرے ہوئے ہوگی مخروط کے قاعدہ کے محیط کے مساوی ہوگا۔ یہ ناپ، قطاع کے قوس پر دیئے ہوئے مخروط کے قاعدہ سے پرکار کے نقطوں کے درمیان متواتر درجے لینے سے حاصل ہوسکتا ہے یا قطاع کا زاویہ حسب ذیل طریقہ سے دریافت کیا جاسکتا ہے:-

فرض کرو کہ دیئے ہوئے مخروط کے مستدیر قاعدہ کا نصف قطر س اور خطِ تکوین کا طول ط ہے۔ قاعدہ کا محیط ۲ π س ہوگا۔ ط نصف قطر سے کھینچے ہوئے ایک دائرہ کا محیط ۲ π ط کے مساوی ہوگا اور یہ ۳۶۰° کے متناظر ہے۔ مگر قطاع کے محیط پر صرف ۲ π س کے مساوی طول لینا درکار ہے۔

لہٰذا $\frac{۲\pi س}{۲\pi ط} \times ۳۶۰ = \frac{س}{ط} \times ۳۶۰^\circ$ یہ متناظر زاویہ ہوگا اور اس لیے قطاع کا زاویہ ہوگا۔ پہلی صورت میں قوس کا حاصل شدہ طول درحقیقت وہی نہیں ہوگا جو دیئے ہوئے مخروط کے قاعدہ کا ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ پرکار میں لیے ہوئے فاصلے، قوسوں کے طول کے بجائے قوسوں کے وتر کے طول ہیں۔ لیکن درجوں کی تعداد بڑھانے سے اس خطا کو اتنا کم کر دیا جاسکتا ہے کہ عملی طور پر محسوس نہ ہوسکے۔ اس مثال میں وضاحت کے لیے صرف آٹھ درجے لیے گئے ہیں۔

کٹواں (Truncated) مخروط کی کشاد حاصل کرنے کے لیے، مستوی ل ھ کا ا ۔ ھ کے ساتھ ۴۵° کا زاویہ بناتے ہوئے تراش کا سطحی خاکہ اور رُوکار کھینچو۔ اب صرف ہم کو ع ج، ع د، ع ی، وغیرہ کے صحیح طول دریافت کرنے ہونگے اور نقطہ ع سے مخروط کی کشاد میں ان کے متناظر خطوطِ تکوین پر ان کے طول ناپ کر لینے ہونگے۔ ان خطوط کے صحیح طول دریافت کرنے کا آسان ترین طریقہ حسب ذیل ہے:-

مثال کے طور پر طول ع ی دریافت کرنا ہو تو ع ی کے مساوی ع ح کو بناؤ اور نقطہ ح کی بالائی تظلیل اس طرح کرو کہ خط عَ ذَ کو نقطہ حَ پر ملے۔ عَ حَ اب ع ی کا حقیقی طول ہوگا اور ع، ۳، اور ع، ۴، پر نشان کر لیا جاسکتا ہے۔

مسئلۂ عملی ۲۳۶ ــــ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کی کشاد دریافت

کرنا۔ یہ ایک ایسے مستوی سے قطع کیا جاتا ہے جو اُسطوانہ کے محور سے ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے (پلیٹ ۳۱۔ شکل ۳ اور ۴)۔

فرض کرو کہ اُسطوانہ کو قطع کرنے والے اور اس کے محور کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بنانے والے مستوی کا رُوکار (شکل ۳) ل م ہے۔ اس مسئلہ کو بھی گزشتہ مسئلہ کی طرح حل کیا جا سکتا ہے۔ اُسطوانہ کے قاعدہ کے سطحی خاکہ کو (شکل ۳) کسی تعداد کے (مثلاً آٹھ) حصوں میں تقسیم کرو اور ان کی خطوطِ تکوین کی طرح رُوکار پر بالائی تطلیل کرو۔ کشاد کا قاعدہ (شکل ۴) اُسطوانہ کے قاعدہ کے محیط کے مساوی ہوگا۔ کشاد کے خاکہ میں ا، ب، ج، د، وغیرہ ہر ایک نقطہ کی بلندی بالراست رُوکار سے حاصل کی جا سکتی ہے۔ اس صورت میں موخرالذکر "حقیقی بلندیوں" کو تعبیر کرتے ہیں۔

اگر اُسطوانہ ترچھا یا منحرف ہو تو اس کو محور کے علی القوائم ایک مستوی سے کاٹنے اور اُسطوانہ کے قاعدہ کو مستوی کے نیچے کی طرف تطلیل کرنے سے اس کی کشاد حاصل کی جا سکتی ہے۔

مسئلہ عملی ۲۳۷ — ایک اُفقی اُسطوانہ نصف مخروط میں داخل ہوتا ہے۔ تقاطع کے منحنی کی کشاد مخروط کی سطح اور اُسطوانہ کی سطح پر دریافت کرو (پلیٹ ۳۱۔ شکل ۵ و ۶ و ۷)۔

اُسطوانہ اور نصف مخروط کے باہمی دُخول کا سطحی نقشہ اور رُوکار (حسب شکل ۵) کھینچ لو۔

پہلے مخروط کی سطح پر تقاطع کے منحنی کی کشاد حاصل کرو۔ نقطہ ع سے (شکل ۵) ع ہ اور ع ۱۱ مخروط کے تکوینی خطوط کھینچو جو تقاطع کے منحنی پر مماس ہوں اور قوس ہ، ۱۱ کو کسی تعداد کے مساوی حصوں (مثلاً چھ) میں تقسیم کرو۔ حسب شکل ۶

نصف مخروط کی کشاد حاصل کرو اور متناظر خطوطِ تکوین ع ۵ سے ۵، ۱۱ تک اس میں کھینچو۔ اب ہم کو ان نقطوں کے "حقیقی طول" دریافت کرنے ہونگے جہاں (شکل ۵/۱) ہر ایک تکوینی خط تقاطع کے منحنی کے سطحی نقشہ کو قطع کرتا ہے اور ان حقیقی طولوں کو متناظر خطوط میں (شکل ۶/۱) نشان کرنا ہوگا تاکہ تقاطع کے منحنی کی کشاد حاصل ہو سکے۔ مثلاً ع، منحنی کے سطحی نقشہ کو ح اور گ میں قطع کرتا ہے۔ ف ح، کو ع ح کے مساوی بناؤ اور ح کی بالائی تظلیل اس طرح کرو کہ نصف مخروط کے بیرونی خطِ تکوین کو حَ پر قطع کرے۔ تب عَ حَ، ع ح کا صحیح طول ہوگا اور اس کو شکل ۶/۱ میں نشان کرلیا جا سکتا ہے۔

اسطوانہ کی سطح پر تقاطع کے منحنی کی کشاد حاصل کرنے کے لیے ک ط ۱ (شکل ۵/۱) اسطوانہ کے قاعدہ کے محیط کے مساوی کھینچو اور اس کو کسی مساوی تعداد کے (مثلاً بارہ) حصوں میں تقسیم کرو اور ان نقطوں میں سے ک ط کے علی القوائم متوازی خطوط کھینچو۔ اسطوانہ کے قاعدہ کے سطحی نقشہ کو (شکل ۵/۱) بھی اتنے ہی مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ان نقطوں میں سے خطوطِ تکوین کھینچو جو تقاطع کے منحنی کو قطع کریں۔ ہر ایک نقطہ سے (جس میں خطوطِ تکوین تقاطع کے منحنی کو قطع کرتے ہیں) اسطوانہ کے قاعدہ کے فاصلے، جو شکل ۶/۱ میں متناظر خطوط پر لیے گئے ہیں، اسطوانہ کی سطح کے تقاطع کی کشاد بتاتے ہیں۔ یہ فاصلے، چونکہ اسطوانہ اُفقی ہے، حقیقی طول ہیں۔ اگر اسطوانہ ۲۔م کے ساتھ مائل ہوتا تو ہر ایک خط کے حقیقی طول دریافت کرنے ہونگے۔

مرغولہ

ایک ثابت خطِ مستقیم پر دوسرا ایک خطِ مستقیم مستقل زاویہ بناتے ہوئے یکساں رفتار سے حرکت کرے تو پیچدار سطح (Screw surface) کی تکوین ہوتی ہے بشرطیکہ ساتھ ہی ساتھ دوسرا خطِ مستقیم پہلے کو محور قرار دے کر یکساں گردشی حرکت بھی کرتا جائے۔

ایک پیچدار سطح اور اسی محور کے ایک قائم انتصابی اسطوانہ کے ساتھ تقاطع کی سطح، مرغولہ (Helix) کہلاتی ہے۔ اگر یہ ایک قائم انتصابی مخروط کے ساتھ متقاطع ہو تو یہ مخروطی مرغولہ کہلاتا ہے۔

مرغولہ کے دو لچھوں کے درمیانی محور کے متوازی فاصلہ "محوری گھائی" (Axial pitch) کہلاتا ہے۔

ایک مرغولہ میں یکساں مروڑ کے بجائے بڑھنے والی مروڑ بنائی جاتی ہے بعض بندوقوں کی نالیوں کے اندر کے خار اسی طرح بنائے جاتے ہیں۔

مسئلۂ عملی ۲۳۸ ۔ ایک مستطیلی پیچ کی چوڑی (عمق $\frac{3}{4}$ انچ عرض $\frac{1}{4}$ انچ) گھائی $1\frac{1}{2}$ انچ، $2\frac{1}{2}$ انچ قطر کے ایک اسطوانہ پر کھینچی گئی ہے۔ اس کے ظل اور کشاد دریافت کرو۔ (پلیٹ ۳۲ شکل $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{2}$)۔

$2\frac{1}{2}$ انچ قطر کے اسطوانہ کا نصف سطحی خاکہ اور رُوکار دریافت کرو (دیکھو شکل ع۱)۔ جس مرکز سے کہ اسطوانہ کا سطحی خاکہ کھینچا گیا ہے اُسی کو مرکز قرار دے کر ۳ انچ قطر کا ایک نصف دائرہ کھینچا جائے تو دونوں دائروں کے درمیان فرق $\frac{1}{4}$ انچ یا پیچ کی چوڑی کا عرض ہوگا۔ بڑے نصف دائرہ کے قطر کے سروں میں سے، اسطوانہ کے رُوکار کے پہلوؤں کے متوازی خطوط کھینچو۔

قاعدہ کے سطحی خاکہ کو کسی تعداد کے حصوں میں تقسیم کرو۔ مثال کے طور پر ۱۲ لو۔ اَبَ کو $1\frac{1}{2}$ انچ کی گھائی کے مساوی بنا کر ۱۲ حصوں میں تقسیم کرو اور اس طرح حاصل شدہ نقطوں میں سے اسطوانہ کے قاعدہ کے متوازی خطوط کھینچو۔

تعریف سے ظاہر ہے کہ دائرہ کی ہر کسر کے لیے جس میں سے تکوینی نقطہ حرکت کرتا ہے یہ نقطہ گھائی کی اُسی کسر کے برابر بڑھیگا۔ لہذا اَ سے چلنے والا تکوینی نقطہ ا سے ۲ تک حرکت کرے تو وہ اسے ۲ تک بڑھیگا اور مقام جَ حاصل کریگا جہاں کہ ۲ میں کا تظلیلی خط ۲َ میں سے گزرنے والے متوازی کو قطع کرتا ہے۔ اس طریقہ سے متعدد نقطے حاصل کیے جاسکتے ہیں اور ان میں سے ایک منحنی کھینچا جاسکتا ہے۔ چوڑی کی بلندی $\frac{3}{4}$ انچ ہونے کی وجہ سے ہم نقطہ ہ سے شروع کرسکتے ہیں اور اسی طریق عمل سے اوپر کا منحنی بھی حاصل کرسکتے ہیں۔ چوڑی اور اسطوانہ کا تقاطع، اندرونی نصف دائرہ کے نقطوں کے استعمال سے

حاصل کیا جا سکتا ہے - اگر مستطیلی چوڑی کے بجائے، مستدیر کمانی (شکل ۲) ہو تو منحنی ایک کرہ سے تکوین پاتا ہے جس کا مرکز، مرغولہ پر حرکت کرتا ہے جو کمانی کا مرکزی خط ہوتا ہے - پہلے اس مرغولہ کا ظل کھینچو پھر کرہ کا ظل مختلف مقامات میں کھینچا جائے تو ان کروں کے مماسی منحنی، کمانی کے ظل ہونگے -

کشاد کی دریافت

شکل ۱ میں فرض کرو کہ اُ دَ بیرونی نصف دائرہ کے گھیر (Perimeter) کے مساوی ہے - چوڑی کی نصف گھائی کے مساوی اور علی القوائم دَ یَ کھینچو - تب یَ نقطہ، کی تعبیر کرتا ہے جب کہ منحنی اُ ک ع سے ہو کر کشاد کی پاتا ہے - مگر چونکہ مرغولہ میں یکساں مروڑ ہوتی ہے اس لیے کشاد کی منحنی کے محددوں کے درمیان تناسب مستقل ہوتا ہے اور کشاد ایک خط مستقیم اُ یَ ہوتا ہے - اسی طرح اسطوانہ اور چوڑی کے تقاطع کی کشاد خط مَ حَ ہے - اگر مروڑ یکساں نہ ہو تو کشاد ایک منحنی ہو جاتی ہے -

مسئلہ عملی ۲۳۹ - مرغولی منحنی کے ظل ایک مخروط پر (قاعدہ کا قطر ۲ انچ، بلندی ۲ انچ) کھینچو جس کی گھائی ۱ انچ ہے اور منحنی کی کشاد بھی دریافت کرو (پلیٹ ۳۲ - شکل ۳) -

مخروط کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچ لو اور سطحی نقشہ کے محیط کو کسی تعداد حصص (مثلاً ۸) میں تقسیم کرو - اس طرح حاصل شدہ نقطوں کی خط لا ۱ ھا پر بالائی تظلیل کرو اور ان نقطوں کے رُوکاروں میں سے خطوط تکوینی کھینچو - گھائی (۱ انچ) کو ۸ حصوں میں تقسیم کرو اور ہر منقسم نقطہ سے مخروط کے قاعدہ کے متوازی خطوط کھینچو - تب ایسا نقطہ جہاں کہ ایک متوازی، متناظر عدد کے نقطہ میں سے کھینچے ہوئے خط تکوین کو قطع کرتا ہے، رُوکار میں مطلوبہ منحنی کا ایک نقطہ ہوگا اور اس طرح دریافت شدہ نقطوں کو ملانے سے منحنی کھینچا جا سکتا ہے -
سطحی نقشہ حاصل کرنے کے لیے نقطہ آ کی تظلیل نیچے کی طرف کرو جس سے خط

ا ب پر گھائی کے اوپر والے حصہ کی تعبیر ہو سکے اور اس طرح نقطہ ج حاصل کرو۔ ا ج کو ۸ حصوں میں تقسیم کرو اور ع کو مرکز قرار دے کر اور ہر تقسیم شدہ نقطہ کے نصف قطر سے ہم مرکزی دائرے کھینچو۔ تب وہ نقطے جہاں کہ ہر ایک دائرہ، خطوط ع ۲، ع ۳، وغیرہ کو متواتر قطع کرتا ہے مطلوبہ منحنی کے نقطے ہوتے ہیں اور ان میں سے منحنی کھینچا جا سکتا ہے۔

منحنی کی کشاد حاصل کرنے کے لیے مخروط اور اس کے خطوط تکوین کی کشاد کھینچ لو۔ تب وہ نقطے جہاں ہم مرکزی دائرے (جو ع کو مرکز اور ع ۲، ع ۳، وغیرہ نصف قطروں سے کھینچے جاتے ہیں) خطوطِ تکوین کی کشاد کو قطع کرتے ہیں مطلوبہ منحنی کے نقطے ہوتے ہیں۔

مشقی سوالات

(۱) ایک مسدسی منشور کی کشاد دریافت کرو (قاعدہ $\frac{3}{4}$ انچ کے ضلع کا۔ بلندی ۲ انچ)۔

(۲) ایک اسطوانہ (قطر ۲ انچ، بلندی ۳ انچ) ایک مستوی سے (جو محور کے ساتھ ایک سرے سے نصف انچ کے فاصلہ کے ایک نقطہ پر ۴۰° کا زاویہ بناتا ہے) دو حصوں میں قطع کیا جاتا ہے۔ چھوٹے ٹکڑے کی کشاد دریافت کرو۔

(۳) ایک مخروط (قاعدہ کا نصف قطر $1\frac{1}{2}$ انچ، بلندی ۲ انچ) ایک مستوی سے قطع کیا جاتا ہے جو اُس کے محور کے مرکز میں سے گزرتا ہے اور ا۔ ھ سے ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے۔ مخروط کے مقطوع (Frustum) کی کشاد دریافت کرو۔

(۴) دو اسطوانوں میں سے ہر ایک کی سطحوں کی کشاد دریافت کرو جو حسبِ ذیل حالتوں میں متقاطع ہوتے ہیں:-

نصف قطر $\frac{5}{8}$ انچ، اور $\frac{3}{4}$ انچ۔ طول ۶ انچ اور ۴ انچ محوروں کے درمیان زاویہ ۴۵°۔

(۵) ایک قائم انتصابی مخروط (قاعدہ کا قطر $1\frac{1}{2}$ انچ، بلندی ۴ انچ) ایک کرہ (نصف قطر $1\frac{3}{4}$ انچ) میں موخول کرتا ہے۔ کرہ کا مرکز مخروط کے قاعدہ سے ۲ انچ اوپر ہے اور موخرالذکر کرہ کی سطح سے مس کرتا ہے۔ مخروط کی کشاد دریافت کرو۔

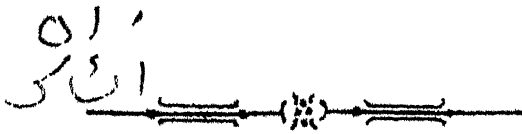
(۶) ایک مربع پیچ کی چوڑی ($\frac{1}{2}$ انچ مربع) کے ظل اور کشاد دریافت کرو (گھائی ۱ انچ) جو ۳ انچ قطر کے اسطوانہ پر بنائی گئی ہے۔

(۷) ایک مستطیلی تراش ($\frac{1}{4}'' \times \frac{3}{4}''$) کی مرغولی کمانی کے ظل دریافت کرو۔ کمانی کا بیرونی قطر ۳ انچ، گھائی ۲ انچ اور چکروں کی تعداد ۲ ہے۔

(۸) مستدیر تراش ($\frac{1}{2}$ انچ قطر) کی ایک مرغولی کمانی کا ظل دریافت کرو۔ کمانی کا بیرونی قطر $3\frac{1}{4}$ انچ اور گھائی $1\frac{1}{4}$ انچ ہے۔

(۹) ایک مثلثی پیچ کی چوڑی (قطر $2\frac{1}{2}$ انچ) کا جو ایک اسطوانہ پر بنائی گئی ہے ظل دریافت کرو۔ گھائی $\frac{3}{4}$ انچ اور مثلث کے راس کا زاویہ 60° کا ہے۔

(۱۰) ایک مربع سر کے پیچ ($\frac{1}{2}$ انچ) کے ظل اور کشاد دریافت کرو جو ایک مخروط پر (قاعدہ کا قطر ۴ انچ، بلندی $4\frac{1}{2}$ انچ) بنایا گیا ہے۔ گھائی $1\frac{1}{2}$ انچ ہے۔

پندرھواں باب

سایوں کی دریافت اور سایہ دار خطوط کھینچنا

غیر مشاق اشخاص کو قائم[1] اظلال کے پڑھنے میں بعض اوقات کسی قدر دقت ہوا کرتی ہے ۔ اور اکثر دفعہ اشیاء کے سایوں کو خطوط کھینچ کر بتانے میں صحیح مفہوم آسانی سے سمجھ میں آجاتا ہے ۔

تمام ہندسی اور عماریاتی نقشوں میں یہ فرض کیا جاتا ہے کہ نور کی متوازی شعاعیں ایک دی ہوئی سمت سے واقع ہوتی ہیں ۔ ان شعاعوں کا ایک خاص حصہ شئے سے رُک جاتا ہے اور شئے مذکور سے مس کرنے والی شعاعوں سے جو خاکہ کسی سطح پر بنتا ہے وہ اِس کے سایہ کی تعبیر کرتا ہے ۔

نور کی سمت کا تعین حسب منشاء بدلا جاسکتا ہے مگر کسی خاص سایہ کے اغراض کے لیے یہ ہمیشہ ضروری ہے کہ ایک شعاع کے ظل ارضی خط کے ساتھ جو زاویے بنائیں وہ معلوم ہوں ۔ البتہ شعاعوں کے لیے ایک قرارداده سمت جو انجینیرنگ اور عماریاتی نقشوں میں استعمال ہوتی ہے یہ ہے کہ ایک مکعب کو ا ۔ھ پر رکھا ہوا فرض کرو جس کا ایک رُخ ع ۔ھ کے متوازی ہو ، اس کے وتروں میں سے ایک کے متوازی اگر کوئی خط کھینچا جائے تو یہ شعاعوں کی سمت ہوگی ۔ اس وتر کے دونوں اظلال ہر حالت میں

[1] Orthographic

خط لا ما سے ۴۵° کا زاویہ بنائینگے یا یوں کہا جا سکتا ہے کہ نور کی شعاعوں کو یہ فرض کیا جاتا ہے کہ بائیں شانے کے اوپر سے آتی ہیں - مگر شعاع کا حقیقی میلان ۴۵ درجے نہیں ہوتا - بلکہ حسب ذیل طریقہ سے دریافت کیا جاتا ہے :-

مسئلۂ عملی نمبر ۲۴ - قرارداده شعاع کے اظلال کے مستویوں کے حقیقی زاویۂ میلان دریافت کرنا - (پلیٹ ۲۲ - شکل ۳)-

فرض کرو کہ د ب اور د' ب' قرارداده شعاع کے سطحی نقشہ اور رُوکار کو تعبیر کرتے ہیں اور شعاع خط لا ما سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہے -

ع - م کے ساتھ حقیقی زاویۂ میلان دریافت کرنے کے لیے ہم کو ایک مثلث قائم الزاویہ لینا ہوگا جس میں ا اور ب کے درمیان کی فضا میں حقیقی فاصلہ وتر ہے، خط د ب قاعدہ ہے، اور د' کی خط لا ما کے اوپر بلندی عمود ہے - ب کو مرکز اور ب د کو نصف قطر قرار دے کر ایک قوس کھینچو جو خط لا ما کو ج میں قطع کرے - ج پر ایک عمود گراؤ اور د میں سے د' ا خط لا ما کے متوازی ایک خط کھینچو جو عمود کو ا میں قطع کرے - ا ب کو ملاؤ - تب مثلث ا ب ج اوپر کے شرائط کو پورا کریگا اور زاویہ ا ب ج قرارداده شعاع کا ع - م کے ساتھ حقیقی زاویۂ میلان ہوگا جو تقریباً ½ ۳۵° کا ہے - بالکل اسی طریقہ سے شعاع کا میلان ا - م کے ساتھ دریافت کیا جاتا ہے -

سایوں کی دریافت کو بغرضِ سہولت تین عنوانوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے :-

(۱) کسی شئے کے سایہ کی دریافت تظلیلی مستویوں پر -

(۲) کسی شئے کے سایہ کی دریافت خود اُس شئے پر -

(۳) کسی شئے کے سایہ کی دریافت دوسری کسی شئے پر -

کسی شئے کے سایہ کی دریافت تظلیلی مستویوں پر

یہ امر ظاہر ہے کہ کسی شئے کا سایہ جس کی تعبیر قائم تظلیل سے کی جا سکتی ہے بلحاظ شئے مذکورہ کے خطِ لامساس کے مفروضہ فاصلہ کے یا تو ایک مستوی پر واقع ہوگا یا دونوں پر۔ بہرحال، کسی صورت میں بھی سایہ کے خاکہ کا مسلسل ہونا ضروری ہے۔

مندرجہ ذیل مسئلوں میں شعاع کی قرارداده سمت استعمال کی گئی ہے اور تمام شعاعیں، دوہرے زنجیری نقطہ دار، پیکانی سروں والے خطوط سے تعبیر کی گئی ہیں۔

مسئلۂ عملی ۲۴۱ ـ تظلیلی مستویوں پر ایک خط سے پیدا ہونے والے سایہ کی دریافت ـ

(۱) جب کہ سایہ صرف ایک تظلیلی مستوی پر واقع ہوتا ہے (پلیٹ ۳۳ ـ شکل ۱) ـ

(۲) جب کہ سایہ دونوں تظلیلی مستویوں پر واقع ہوتا ہے (پلیٹ ۳۳ ـ شکل ۲) ـ

پہلی صورت

دیے ہوئے خط ا ب کے اظلال پہلے کھینچ لیے جائیں ۔ مذکورۂ بالا اصول کے مطابق ہم کو شعاعوں کے اظلال خط کے سروں میں سے کھینچنا ہوگا ۔ چونکہ شعاعوں کے یہ اظلال ا ۔ ھ پر ملتے ہیں، سایہ پورے طور پر ا ۔ ھ میں واقع ہوگا ۔ اُن نقطوں سے کہ جہاں پر شعاعوں کے

اظلال رُوکار میں خط لا ھا کو قطع کرتے ہیں ایسے عمود کھینچو کہ شعاعوں کے اظلال کو سطحی نقشہ میں نقاط ۱ اور ب میں قطع کریں۔ تب خط ۱ ب، مطلوبہ سایہ ہوگا۔

دوسری صورت

شعاعوں کے اظلال، دیے ہوئے خط کے اظلال کے سروں سے کھینچے ہوئے شعاعوں کے اظلال جور اور ر میں سے کھینچے جائیں ۱۔ ھ میں اور ب اور ب میں کھینچے ہوئے شعاعوں کے اظلال ع۔ ھ میں ملتے ہیں۔ لہذا سایہ کا کچھ حصہ تو ۱۔ ھ میں اور کچھ حصہ ع۔ ھ میں واقع ہوگا۔ پہلی صورت میں بتائے ہوئے طریقے سے نقاط ۱ اور ب حاصل ہو سکتے ہیں مگر چونکہ یہ مختلف مستویوں میں واقع ہوتے ہیں ان کو ملانے والا خط، مطلوبہ سایہ کا حقیقی ظل نہیں ہوگا۔ ۱۔ ھ پر سایہ کی سمت کو دریافت کرنے کے لیے یہ فرض کرو کہ ع۔ ھ دور ہٹا دیا گیا اور ب کو دریافت کرلو یہ نقطہ وہ ہے جہاں کہ ب، ب سرے میں گزرنے والے شعاعوں کے اظلال ۱۔ ھ کو قطع کرتے ہیں۔ ۱ اور ب کو ملانے سے ۱ و ب، حاصل ہوتا ہے جس کا یہ حصہ ۱۔ ھ میں سایہ کا مطلوب حصہ ہوگا اور و ب وہ حصہ ہوگا جو ع۔ ھ میں واقع ہوگا۔

مسئلۂ عملی ۲۴۲۔ ایک انتصابی مستدیر تختی کے تظلیلی مستویوں پر سایہ کی دریافت (پلیٹ ۴۳۔ شکل ۳)۔

دی ہوئی تختی کے اظلال کھینچو اور سطحی نقشہ کو کسی تعداد کے نقطوں میں تقسیم کرو۔ ان میں سے ہر ایک نقطہ رُوکار میں دو نقطوں کو تعبیر کریگا اور سطحی نقشہ میں نقاط کو ج گ ی وغیرہ لکھنا ہوگا۔ رُوکار میں ان نقطوں کے مقام کا تعین کرنے کے لیے ہم کو تختی کا ایک معاونی رُوکار خط لا ھا پر کھینچنا ہوگا جس سے قطر ب و کے رُوکار سے ہر نقطہ کے فاصلے ہم کو حاصل ہوجائینگے

گزشتہ دو مسئلوں کے طریقوں سے سطحی نقشہ اور رُوکار ہیں، ان نقطوں میں سے کھینچے ہوئے شعاعوں کے اظلال سے مطلوب سایہ حاصل ہوجائیگا جو ایک ناقص ہے۔

مسئلۂ عملی ۲۴۳ ـــ ایک مستدیر تختی کے، جو ع۔ م کے علی القوائم ایک مستوی میں ہے اور ا۔ م سے مائل ہے تظلیلی مستویوں پر سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۳۔ شکل ۴)۔

دی ہوئی تختی کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچ لو اور محیط پر نقطوں کی ایک مناسب تعداد ج، د، ی، ف، گ، ح، وغیرہ، لو۔ ان نقطوں میں سے حسب معمول "شعاعوں" کے سطحی نقشے اور رُوکار کھینچ لو۔ ان میں سے بعض ا۔ م میں اور بعض ع۔ م میں ملینگے لہذا ہر سایہ کے حصے کھینچے ہونگے مگر خاکہ کا مسلسل ہونا اور سایوں کا خط لا ما ہیں ملنا ضروری ہے۔

کسی شئے کے سایہ کی دریافت جو خود اُس پر بنے

اب تک ہم نے دو ابعاد والی اشیاء سے بحث کی۔ مگر یہ ظاہر ہے کہ تین ابعاد والی کسی شئے سے تظلیلی مستویوں پر سایہ بننے کے علاوہ خود اس کی سطح کا کچھ حصہ منور نہ ہوگا اور لہذا تاریک رہیگا۔

مسئلۂ عملی ۲۴۴ ـــ ایک قائم مسدسی مخروطِ مضلع کے (جو ا۔ م میں واقع ہے) تظلیلی مستوی پر سایہ کو دریافت کرنا۔ اور نیز مجسمہ کی سطح پر منور اور تاریک حصوں کو جدا کرنے والے خط کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۳۔ شکل ۵)۔

مجسمہ کے اظلال کھینچو۔ تب اگر ع ت اور ع تَ د جو اس میں سے

ایک شعاع کے اظلال ہیں) کھینچے جائیں تو دیگر تمام شعاعوں کے سطحی نقشے اور رُوکار متوازی ہونگے۔ ظاہر ہے کہ دع ی، ی ع ف اور ف ع ر رُخ منور نہیں ہیں لہذا اگر شعاع کا راس میں سے اُفقی چربہ ت دریافت کرلیا جائے اور ا۔ م پر کے سایہ کا خاکہ، ر ت اور د ت کو ملانے سے حاصل ہوگا۔ تاریک اور منور حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط اس صورت میں دع اور دَعَ ہیں جو ملاحظہ سے فوراً معلوم ہوجاتے ہیں۔

مسئلۂ عملی ۲۴۵ — ایک قائم مخروط کے جس کا قاعدہ کا مستوی ا۔ م کے متوازی اور اس سے نصف انچ کے فاصلہ پر ہے، تظلیلی مستویوں پر کے سایہ کی، اور اس کی سطح پر تاریک اور منور حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط کی، دریافت (پلیٹ ۳۲۔ شکل ۶)۔

مخروط کے ظل، اور ایک شعاع کے اظلال رَ وَ اور رِ وِ مخروط کے قاعدہ کے مرکز میں سے کھینچو۔ تب شعاع کا اُفقی چربہ و ایک دائرہ کا مرکز ہوگا اور یہ اُس سایہ کو تعبیر کریگا جو مخروط کا قاعدہ ا۔ م میں بناتا ہے۔ چونکہ قاعدہ کا مستوی ا۔ م کے متوازی ہے اس لیے دائرہ کا نصف قطر، مخروط کے قاعدہ کے نصف قطر کے مساوی ہوگا۔

راس میں سے اس شعاع کے اظلال کھینچو۔ یہ چونکہ ع۔ م میں متقاطع ہوتے ہیں اس لیے سایہ کا کچھ حصہ ع۔ م میں ہوگا۔

نقطہ ج سے جہاں کہ شعاع کے نقطہ عَ میں سے رُوکار، خط لا ما کو قطع کرتا ہے، خط لا ما پر ایک عمود کھینچو جو شعاع کے ع میں سے سطحی نقشہ کو د میں قطع کرے۔ نقطہ د میں سے قاعدہ کے سایہ کے مستدیر خاکہ کے مماسی خطوط کھینچے جائیں تو ا۔ م میں واقع ہونے والے سایہ کا خاکہ حاصل ہوجائیگا جو خط لا ما کو ی اور ف میں قطع کریگا شعاع عَ کا

انتصابی چربہ مسئلہ ۲۴۱ (۲) کے طریق عمل سے اب حاصل کرلیا جاسکتا ہے اور ع ۔ ھ میں واقع ہونے والے سایہ کا خاکہ ی ع اور ف ع کو ملانے سے حاصل ہوگا۔

تاریک اور منور حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط کی دریافت

یہ علیحدہ کرنے والے خطوط وہ خطوط تکوین ہونگے جن پر انتہائی نور کی شعاعوں میں سے گزرنے والے مستوی، مخروط کو مس کرتے ہیں۔ ان مستویوں میں راس واقع ہوگا۔ لہذا گ سے (جو شعاع کے ظل کا اُفقی چربہ ہے) مخروط کے راس میں سے گزرنے والے مخروط کے قاعدہ پر مماس کھینچے جائیں جب کہ مخروط ا۔ ھ میں واقع ہو تو مطلوبہ نقطے ح اور خ حاصل ہوجائینگے۔ ح اور خ میں سے گزرنے والے تکوینی خطوط منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط ہونگے۔

مسئلۂ عملی ۲۴۶ ۔ ایک قائم مخروط کے (جس کا محور اُفقی اور ع ۔ ھ سے مائل ہے) تظلیلی مستوی پر کے سایہ کی دریافت اور اس کے منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے کے خطوط کو معلوم کرنا (پلیٹ ۳۴۔ شکل ۷)۔

دیے ہوئے قائم مخروط کے اظلال کھینچ لو۔ اگر ا ب ج د مخروط کے مستدیر قاعدہ کے اُفقی اور انتصابی قطروں کے سروں میں سے گزرنے والی شعاعوں کے اُفقی چربے ہوں اور ع، راس ع ع میں سے گزرنے والی شعاع کا اُفقی چربہ ہو اور ا ب اور ج د کو زوجی قطر قرار دے کر ایک ناقص کھینچا جائے تو ع سے ناقص پر مماس اح سایہ کے خاکہ کی تکمیل کرتے ہیں جو مخروط، ا ۔ ھ پر بناتا ہے۔

منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط کو معلوم کرنا

اگر پ اور ق، ناقص ا ب ج د پر، ع سے کھینچے ہوئے مماسوں کے نقاطِ تماس ہوں تو پ اور ق میں سے گزرنے والی شعاعوں کے سطحی نقشے مخروط کے قاعدہ کے سطحی نقشہ کو س اور ن میں قطع کرینگے - س اور ن میں سے کھینچے ہوئے تکوینی خطوط سے منور اور تاریک حصوں کے علیحدہ کرنے والے خطوط معلوم ہوجاتے ہیں -

مسئلۂ عملی ۲۴۷ - کسی اُسطوانہ کی سطح پر منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے خطوط اور روشن ترین خط کی دریافت (پلیٹ ۴۳ - شکل ۱) -

یہ ایک عام صورت ہے لہذا ایک ایسے اُسطوانہ کے اظلال کھینچو جس کا محور دونوں تظلیلی مستویوں سے مائل ہو -

روشن ترین خط کی دریافت

چونکہ اُسطوانہ کی سطح پر روشن ترین نقطے وہ ہونگے کہ جہاں نور کی شعاعیں سطح پر علی القوائم واقع ہونگی اس لیے روشن ترین خطوط کی دریافت کے لیے ایک مستوی جس میں نور کی شعاعیں واقع ہوں اور اُسطوانہ کی سطح کے عماد کا تقاطع دریافت کرنا ہوگا - ایسا مستوی، اُسطوانہ کے محور میں سے گزریگا اور اس میں تمام ایسی شعاعیں واقع ہونگی کہ جن کو بڑھایا جائے تو محور میں سے گزریں - لہذا اس مطلوب مستوی کے اُفقی چربہ کا محور کے اُفقی چربہ میں سے گزرنا لازمی ہوگا (یعنی نقطہ و میں سے) - اگر ہم کسی نقطہ ن میں سے جو محور پر ہو کسی شعاع کے ظل کھینچیں اور اس کا اُفقی چربہ ک دریافت کریں تو ظاہر ہے کہ مطلوب مستوی کے اُفقی چربے پر ک ایک اور

نقطہ ہوگا ۔ اور یہ مستوی ک و میں سے کھینچا جا سکتا ہے اور بڑھانے پر قاعدہ کے محیط کو ی میں قطع کریگا ۔ ی میں سے کھینچے ہوئے خطِ تکوین سے روشن ترین مطلوب خط ی ف حاصل ہوگا ۔

منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے کے خطوط دریافت کرنا

یہ علیحدہ کرنے والے خطوط، وہ خطوطِ تکوین ہونگے جن پر ایک ایسا مستوی جس میں انتہائی شعاعیں واقع ہونگی، اسطوانہ کو مس کریگا ۔ اوپر بیان شدہ طریقے کے مطابق، یہ مستوی محور میں سے گزرنے والے مستوی کے متوازی ہوگا ۔ اسطوانہ کے قاعدہ پر ایسے مماسی خطوط کھینچو جو خط ی وک کے متوازی ہوں اور قاعدہ کو نقاط گ اور م پر قطع کریں ۔ یہ مطلوب مماسی مستویوں کے افقی چربوں کو تعبیر کرینگے اور خطوطِ تکوین گ ل اور م پ منور اور تاریک حصوں کو علیحدہ کرنے والے مطلوب خطوط ہونگے ۔

انتصابی قائم اسطوانہ کی صورتوں میں مماس اُن شعاعوں کے سطحی نقشہ کے ساتھ منطبق ہونگے جو اسطوانہ کے مدوّر سطحی نقشے کے ساتھ مماس کے طور پر کھینچی گئی ہیں ۔

اس مخروط کی عام صورت بالکل اسی طرح کی ہے جس سے کہ مسئلہ عملی ۲۴۵ کی خاص صورت میں بحث کی گئی ہے ۔

مسئلہ عملی ۲۴۸ ۔ کسی کرہ کی سطح پر روشن ترین نقطہ کی دریافت اور منور اور تاریک حصص کو علیحدہ کرنے والے خطوط کو معلوم کرنا اور نیز تظلیلی مستوی پر کرہ کے سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۴۳ ۔ شکل ۲) ۔

روشن ترین نقطہ کی دریافت اور کرہ پر کے کسی نقطہ کے سایہ کی

دریافت، دونوں ایک ہی مسئلہ ہے۔ اس سے مسئلہ عملی ۲۵۳ میں بحث کی جائیگی۔ فرق دونوں میں صرف یہ ہے کہ دیا ہوا نقطہ، کرہ کے مرکز میں سے گزرنے والی شعاع پر کوئی نقطہ ہوگا۔

منور اور تاریک حصص کو علیحدہ کرنے والے خطوط اور تظلیلی مستوی پر کرہ کے سایہ کی دریافت

کسی قائم اسطوانہ سے آنے والی نور کی شعاعوں کو اگر ایک کرہ روک دے تو تظلیلی مستوی پر کرہ کے سایہ کا خاکہ، اس مستوی سے اسطوانہ کی تراش ہوگا۔ اس خاکہ کی شکل ایک ناقص (Ellipse) ہوگی۔ مزید یہ کہ نصف کرہ تو تاریک ہوگا اور چونکہ منور اور تاریک حصص کو علیحدہ کرنے والا بڑا دائرہ، اسطوانہ کی شعاعوں اور کرہ کا دائرۂ تماس ہے، اس کا مستوی شعاعوں کی سمت کے علی القوائم ہوگا اور دونوں اظلال، شکل ناقص ہونگے۔

روک دیے جانے والی شعاعوں کے اسطوانہ کا ایک معاون رُوکار کسی لا م ا خط (لا م ا) پر شعاعوں کے سطحی نقشوں کے متوازی اور کرہ کو تماس کرتے ہوئے بنانا چاہیے۔ طول عمل سے بچنے کے لیے ہم نئے ارضی خط لا م ا کو ایسے مقام میں رکھ سکتے ہیں کہ کرہ کا دیا ہوا سطحی نقشہ، مطلوب معاون رُوکار ہوجائے۔ م س، ن ت کو کرہ کے رُوکار کو چھوتے ہوئے ایسے کھینچو کہ لا م ا کے ساتھ زاویہ ط بنے جو نور کی شعاعوں کے حقیقی میلان کے مساوی زاویہ ہے بنائیں۔ تب رُکی ہوئی شعاعوں کے اسطوانہ کا رُوکار لا م ا پر م س، ن ت ہوگا اور م س کے متوازی و ب، اس کے محور کا رُوکار ہوگا اور م ن (لا م ا پر) اسطوانہ اور کرہ کے دائرۂ تماس کا رُوکار ہوگا۔ چونکہ ایسے خطوط لے جو سطحی نقشہ میں شعاعوں کے متوازی ہوں اور کرہ کے سطحی نقشہ کو و اور ب میں مس کریں، اسطوانہ کا سطحی نقشہ حاصل ہوتا ہے۔ لہذا تماس کو بڑے دائرہ کے افقی قطر کا سطحی نقشہ و ب ہے اور اس وجہ سے یہ

مطلوبہ شکلِ ناقص کا محورِ اعظم ہے - مَ نَ کو م اور ن تک تظلیل کرنے سے محورِ اصغر م ن حاصل ہو جاتا ہے - نقطوں دَ بَ کی تظلیل سے رُوکار کھینچ لیا جا سکتا ہے اور یہ رُوکار میں شکلِ ناقص کے افقی قطر پر ہو گا - م اور ن سے بالائی تظلیل کرو اور مَ نَ کو ۱۹ ما خط کے اوپر اتنا ہی بلند بناؤ جتنا کہ ۱۹ ما سے مَ اور نَ اوپر ہیں - ت اور ق سے تظلیل کیے ہوئے خطوط سے جو کُرہ کے محیط کو رُوکار میں قطع کرتے ہیں ناقص پر کے مزید نقطے حاصل ہوں گے اِس ناقص کو کھینچ لیا جائے - اِس امر کا تصفیہ کہ کونسا حصہ سایہ دار ہو گا اب کچھ مشکل نہیں ہو گا -

۲ - اب تظلیلی مستوی پر کُرہ کے سایہ کی دریافت باقی ہے -

نقطہ پ جو پَ سے تظلیل سے حاصل ہوا ہے، شعاعوں کے اُسطوانہ کے محور کا اُفقی چربہ ہے لہذا ناقص کا مرکز ہے جس میں کہ وہ ا - ھ کو قطع کرتا ہے - اِس ناقص کا محورِ اعظم، اُسطوانہ کے محور کے سطحی نقشہ سے منطبق ہو جاتا ہے اور نقطے ل اور س، اس کے سرے ہیں - محورِ اصغر پ میں سے گزرنے والے کُرہ کے قطر کے مساوی ہو گا - شکلِ ناقص اب کھینچ لی جا سکتی ہے -

مسئلۂ عملی ۲۴۹ - ایک مجوف نصف کُرہ کے اندر کے سایہ کی دریافت جب کہ نصف کُرہ کا مستدیر سرا اُفقی ہو - (پلیٹ ۴۳ - شکل ۳) -

دیے ہوئے نصف کُرہ کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچ لو - پہلے ہم اُس شعاع پر غور کریں گے جس کا سطحی نقشہ دب، وہیں سے گزرتا ہے جو کہ نصف کُرہ کا مرکز ہے - اُس نقطہ کو جہاں کہ شعاع نصف کُرہ کو قطع کرتی ہے دریافت کرنے کے لیے ۱۹ ما پر نصف کُرہ کا ایک معاون رُوکار دب کے متوازی بناؤ - اب اگر ہم دَ اَ کو خط ۱۹ ما سے شعاع کا حقیقی میلان بناتے ہوئے کھینچیں اور نقطہ اَ کو دب پر تظلیل کریں تو ہم کو ا حاصل ہو گا جو مطلوب

نقطۂ تقاطع کا مستوی ہے۔ مسئلۂ عملی نمبر ۲۴۰ سے حقیقی زاویۂ میلان معلوم کیا جا سکتا ہے یا زیادہ آسان طریقہ یہ ہے کہ زاویہ رَ قَ پَ کو ۴۵° کے مساوی اور پَ سَ = رَ قَ کے بناؤ۔ تب زاویہ رَ سَ پَ قرار دادہ شعاع کے میلان کا حقیقی زاویہ ہوگا۔

اس خاص شعاع کی صورت میں معاون رُوکار ایک نصف دائرہ ہے جو نصف کرہ کے نصف قطر سے کھینچا گیا ہے۔ دیگر شعاعوں کو لینے اور نصف کرہ کی تراشوں کے معاون رُوکاروں کو جو شعاعوں والے انتصابی مستویوں سے بنتے ہیں، بنانے سے متعدد نقطے ج، د، وغیرہ کے مقام متعین کیے جا سکتے ہیں۔

نقطہ پ جہاں ایک مماسی شعاع نصف کرہ کو مس کرتی ہے سایہ کی حد ہوگا۔

رُوکار میں متناظر نقطوں کو دریافت کرنے کے لیے نقطہ اَ رُوکار میں رَ سے قائم کیا جاتا ہے۔ رَ میں سے ایک شعاع کا (۴۵° پر) رُوکار کھینچو۔ اسے بالائی تظلیل کی جائے تو نقطہ اَ حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح دیگر نقطے جَ، دَ، وغیرہ، کا تعین کیا جا سکتا ہے اور سایہ کے خاکہ کا منحنی کھینچ لیا جاتا ہے۔

مسئلۂ عملی نمبر ۲۵۰ — ایک نصف اسطوانہ میں جو ا۔ م پر کھڑا ہوا ہے بننے والے سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۴۳ شکل ۸ک)۔

نصف اسطوانہ کے اظلال کھینچو۔ د میں سے گزرنے والی شعاع کا سطحی نقشہ، سایہ کی ایک حد کو بتاتا ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ داہنی جانب کی تمام شعاعیں بغیر کسی روک کے گزر جاتی ہیں۔

نقطہ اَ رُوکار میں شعاع کے اظلال کے ذریعہ جو رَ اور رَ میں سے کھینچے جائیں دریافت کیا جاتا ہے۔ د پر کی مماسی شعاع سے نقطہ دَ مل جاتا ہے جو سایہ کی حد ہے۔ اَ کی طرح متعدد نقطے بَ، جَ، وغیرہ، دریافت

کیے جا سکتے ہیں -

مسئلۂ عملی ۲۵۱ — ایک مجوّف نصف کرہ کے اندر کے سایہ کی دریافت جب کہ مستدیر سرا انتصابی ہو (پلیٹ ۳۴ - شکل ۵) -

دیے ہوئے نصف کرہ کے اطلال کھینچ لو - مسئلۂ عملی ۲۴۹ کے طریقہ سے شعاعوں والے افقی مستویوں سے بننے والے نصف کرہ کی تراشوں کا ایک معاون سطحی نقشہ بناؤ - اور اس طرح حاصل شدہ نقطوں ا، ب، وغیرہ میں سے قرار دادہ شعاع کے حقیقی میلان کے مساوی زاویے بناتے ہوئے خطوط کھینچو اس طرح اَ، بَ وغیرہ جو نقطے حاصل ہونگے وہ سایہ کے خاکہ کے منحنی پر ہونگے -

مسئلۂ عملی ۲۵۲ — ایک اسطوانہ نما ستون پر مخمسی ٹوپی سے بنایا ہوا سایہ دریافت کرنا (پلیٹ ۳۴ - شکل ۶) -

یہ مسئلہ سایوں کے استعمال کی صرف ایک عملی مثال بتانے کے لیے دیا گیا ہے اور اس کے طریق عمل میں کوئی نئی بات نہیں ہے - سایہ کی حد ک میں سے شعاع کی اور ل پر مماسی شعاع کی تظلیل سے حاصل ہوتی ہے - سایہ کا خاکہ کئی مناسب شعاعیں مثلاً ف، ب، گ میں سے لینے سے حاصل ہو جاتا ہے -

ایک شئے کے سایہ کی دریافت دوسری کسی شئے پر

ایک شئے کے سایہ کی دریافت کسی دوسری شئے پر جو مستوی سطوح سے گھری ہوئی ہو زیادہ مشکل کام نہیں ہے - اور کسی شئے کے سایہ کی دریافت کسی منحنی سطح پر حسب ذیل دو عام صورتوں سے معلوم کی جا سکتی ہے :-

مسئلۂ عملی ۲۵۳ - ایک کرہ پر ایک نقطہ کے سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۵ شکل ۱) -

فرض کرو کہ دیا ہوا نقطہ ا اور و دیا ہوا کرہ ہے - ان کے رُودکار کھینچ لو۔ اب مسئلہ صرف یہ رہ جاتا ہے کہ کرہ کے ساتھ نقطہ ا میں سے گزرنے والی شعاع کا تقاطع دریافت کیا جائے - ایک انتصابی مستوی جس میں کہ شعاع واقع ہے فرض کرو کہ کرہ کو قطع کرتا ہے - اس مستوی کا اُفقی چربہ ا ب، شعاع کا سطحی نقشہ ہوگا - اور کرہ کے ساتھ اس کی تراش ایک انتصابی دائرہ ہوگی جس کا قطر د ی کے مساوی ہوگا اور اس دائرہ کا مرکز عموداً ح کے اوپر ہوگا جو د ی کا بھی مرکز ہے اور اس کی بلندی ا - م کے اوپر و کی بلندی کے مساوی ہوگی -

ب کو چُول قرار دے کر اس معاون مستوی کو ع - م میں عمل کے ذریعہ حاصل کرو - نقطہ ب ساکن ہے ح حرکت کرکے ح تک اور ا، ا تک پہنچ جاتا ہے - بالائی تظلیل سے نقاط ح اور ا دریافت کرو - ا ب کو ملاؤ اور ح مرکز اور ح ی نصف قطر سے ایک دائرہ کھینچو - اس دائرہ کے ا ب کے ساتھ تقاطع کے نقاط پ اور ن، شعاع کے دیے ہوئے کرہ کے ساتھ تقاطع کے حقیقی نقطے ہونگے جب کہ ع - م میں عملاً حاصل کیے جائیں - ان نقطوں کے متناظر اظلال حاصل کرنے کے لیے ا ا کے متوازی پ پ اور ن ن کھینچو کہ شعاع کے رُودکار ا ب کو پ اور ن میں قطع کریں - تب یہ نقطے تقاطع کے نقطوں کے مطلوبہ رُودکار ہونگے اور حسب معمول حاصل کیے ہوئے پ ا ن، سطحی نقشے ہونگے -

مسئلۂ عملی ۲۵۴ - ایک مخروط پر ایک نقطہ کے سایہ کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۵ شکل ۲) -

مخروط کے، دیے ہوئے نقطہ ا کے اور و میں سے ایک شعاع کے،

اظلال کھینچ لو۔ خط لا ما کو کسی مناسب ہمواری (مثلاً ہ) پر نشان کر لو اور اس سے نقطہ ا کو ا، نام دو۔

سب سے پہلے اُس خطِ تکوین کو دریافت کرنا ہوگا جس پر شعاع مخروط میں داخل ہوتی ہے۔ تب دی ہوئی شعاع کے ساتھ اس کا تقاطع مطلوب نقطہ ہوگا۔ اس کو دریافت کرنے کے لیے یہ فرض کرو کہ مخروط کے راس میں سے ایک مستوی گزرتا ہے اور اس میں شعاع واقع ہے۔ اب مخروطی سطح کے ساتھ اس کا مقامِ تقاطع دریافت کرو۔

شعاع کا اُفقی چربہ ب اور ع کا نشان ۱۴ دریافت کرو۔ ان تینوں نقطوں میں سے مستوی ھر کو گزارو۔ مخروط کے قاعدہ اور مستوی ھر کے ارتفاعی خط (۱۴) کا نقطۂ تقاطع گ دریافت کرو۔ تب گ ع اور گَ عَ تقاطع کے مطلوب خطِ تکوین کے علی الترتیب سطحی نقشہ اور رُوکار کو تعبیر کرینگے۔

شعاع کے ساتھ اس خطِ تکوین کا تقاطع نقطہ پ پَ دیتا ہے جہاں کہ شعاع مخروط کو قطع کرتی ہے۔ خط پ پَ کا انتصاب عمل کی صحت کا معیار ہوگا۔ اس مسئلہ کی مدد سے کسی شئے کا سایہ مخروطی سطح پر دریافت کیا جاسکتا ہے۔

سایوں کے خطوط کھینچنا

نور کی مقدار جو کسی سطح سے منعکس ہوکر آتی ہے اُس زاویہ پر منحصر ہوتی ہے جو منور شعاعیں واقع ہونے میں اس سطح سے بناتی ہیں۔ جب شعاعیں علی القوائم واقع ہوتی ہیں تو سطح بالکل خالص سفید ہوگی اور جوں جوں شعاعیں زیادہ منحرف ہوتی جائینگی اسی نسبت سے سطح کا رنگ بھی زیادہ تاریک ہوتا جائیگا۔ لہذا کسی شئے کے تاریک یا منور ہونے کے متعلق سب سے پہلے یہ دیکھنا ہوگا کہ اس کا کونسا حصہ سب سے زیادہ منور ہے یعنی وہ حصہ کونسا ہے جس پر نور کی شعاعیں عموداً واقع ہوتی ہیں۔

اس کے بعد یہ معلوم کرنا ہوگا کہ منور اور سایہ دار حصوں کو علٰحدہ کرنے والا خط کونسا ہے یعنی بالفاظِ دیگر شئے کی سطح پر وہ کونسا خط ہے جس کے پرے نور کی

شعاعیں سطح پر واقع نہیں ہوتیں۔ اور سوائے اُس نور کے جو منعکس ہو کر اس پر پڑتا ہے، یہ حصہ شعاعوں سے غیر منور ہوگا۔

ان دونوں امور کی دریافت کے طریقوں سے گزشتہ صفحوں میں بحث کی گئی ہے۔

تاریکی یا سایہ کی حدت، جسم کی شکل کی گوناگوں خصوصیتوں، تنویر کی حدّت اور جس جسم پر روشنی پڑتی ہے شعاعوں کے لحاظ سے اس کے مقام پر منحصر ہوتی ہے۔

روشنی کے لیے کھلی ہوئی چپٹی سطوح جن پر نور کی شعاعیں علی القوائم واقع ہوتی ہیں نظری طور پر بے رنگ اور سفید تصور کی جاتی ہیں۔ اور عملی کاموں میں یا تو بالکل سفید چھوڑ دی جاتی ہیں یا ہلکے سے ہلکا کوئی رنگ جو ممکن ہو سکتا ہے اس سے ان کو یکساں شوب دیا جاتا ہے۔

دیگر سطحوں کا رنگ جن پر نور کی شعاعیں زاویۂ قائمہ سے کم زاویہ بناتی ہوئی واقع ہوتی ہیں، نور کی شعاعوں اور زیر بحث مستوی کے درمیان زاویہ کے لحاظ سے، مذکورۂ بالا ہلکے سے ہلکے رنگ سے لے کر کسی درجہ تک، حسبِ خواہش تاریک دکھایا جا سکتا ہے۔ منحنی سطحوں میں، تاریکی کا درجہ ہر ایک حصہ میں خالص سفید سے لے کر بالکل سیاہ تک متغیر ہو سکتا ہے۔

ہندسی نقشوں میں، نور کی شعاعوں کی سمت، دونوں اظلال کے ذریعہ جو ارضی خط سے ۴۵° کا میلان رکھتے ہیں دریافت کی جاتی ہیں۔ کسی شئے کے سطحی نقشہ اور رُوکار کے ذریعہ ہم تاریک حصوں یا سایوں کی نظری شکل بھی دریافت کر سکتے ہیں اور نیز مذکورۂ بالا بیان اور اُن قرار دادہ قواعد کے لحاظ سے جو ذیل میں دیے جاتے ہیں شئے کی سطح کے ہر حصہ کے لیے رنگ کی مقدار بھی دریافت کر سکتے ہیں:-

کسی دی ہوئی سطح پر رنگوں کو دکھانے کے متعلق ذیل کے قواعد عام طور پر مستعمل ہیں:-

چپٹی سطحیں جو آنکھ سے، تمام نقطوں پر مساوی فاصلہ رکھتی ہوں یکساں

گہرائی کے رنگ سے دکھائی جائیں۔ گہرائی کا انحصار اُس زاویہ پر ہوگا جو نور کی شعاعیں زیرِ بحث سطح سے بناتی ہیں۔

تاہم تظلیل میں جہاں کہ حربی شعاعیں، اُفقی تظلیلی مستوی کے متوازی تصور کی جاتی ہیں، (رُوکاریں اور انتصابی مستوی کسی سطحی نقشہ میں لیا جائے تو اس صورت میں بھی) ہر ایسی سطح کے متعلق جو تظلیلی مستویوں میں سے کسی ایک کے متوازی ہو، یہ فرض کیا جاتا ہے کہ اس کے تمام حصے آنکھ سے ایک ہی فاصلہ پر ہیں۔

جب اس طرح واقع ہونے والی دو سطحیں ایک دوسری کے متوازی ہوں تو وہ جو آنکھ سے قریب تر ہو بہ نسبت دوسری کے ہلکے رنگ میں بنائی جائے۔

ہر ایسی سطح جو نور کی شعاعوں کے لیے کھلی ہوئی ہو مگر تظلیلی مستوی کے متوازی نہ ہو اور اس لیے اس کے کوئی دو نقطے آنکھ سے مساوی فاصلہ پہ نہ ہوں، غیر مساوی رنگ حاصل کریگی۔ رنگ کی گہرائی جوں جوں سطح کا کوئی حصہ آنکھ سے دُور ہوتا جائے بتدریج بڑھتی جائیگی۔

اگر دو سطحیں غیر مساوی طور پر روشنی کے لیے کھلی ہوئی ہوں تو وہ جو شعاعوں کے لیے زیادہ سیدھی اور متضاد ہو ہلکا رنگ حاصل کریگی۔

جب ایک سطح جو بالکل سایہ میں ہو کسی ایک تظلیلی مستوی کے متوازی ہو تو وہ یکساں گہرا رنگ لیگی۔

جب ایک دوسرے کے متوازی اشیاء سایہ میں ہوں تو وہ جو آنکھ سے قریب تر ہے زیادہ گہرا رنگ حاصل کریگی۔

جب کوئی سطح جو سایہ میں ہو کسی ایک تظلیلی مستوی سے مائل ہو تو اس کا وہ حصہ جو آنکھ سے قریب ترین ہو سب سے زیادہ گہرا رنگ لیگا۔

جب دو سطحوں پر جو روشنی کے لیے کھلی ہوئی ہوں مگر نور کی شعاعوں کے ساتھ غیر مساوی میلان رکھتی ہوں کوئی سایہ ہے، تو زیادہ منور سطح پر کا سایہ بہ نسبت تاریک سطح کے سایہ کے زیادہ گہرا ہوگا۔

مسئلہ عملی ۲۵۵ — ایک منشور کے رخوں پر سایہ کی گہرائیوں کو دریافت کرنا (پلیٹ ۳۵ - شکل ۳)۔

فرض کرو کہ منشور پر سایہ دار خطوط کھینچنا مطلوب ہے۔ منشور کے مقام کے لحاظ سے جو اس کے سطحی نقشہ میں بتایا گیا ہے رخ اَ فَ کی سطح پر چونکہ شعاعیں تقریباً علی القوائم پڑتی ہیں یہ سب سے ہلکا ہوگا۔ مگر یہ رخ تظلیلی مستوی سے مائل ہے لہذا اس پر سایہ یکساں نہ ہوگا۔ اس کا تاریک ترین حصہ وہ ہوگا جو آنکھ کے فرض کردہ نقطہ سے بعید تر ہوگا یعنی یَ فَ، اور قریب کا حصہ (اَ دَ) سب سے ہلکا ہوگا۔

رخ (اَ جَ) کے انتصابی تظلیلی مستوی کے متوازی ہونے کی وجہ سے آنکھ سے اس کے تمام نقطوں کا فاصلہ مساوی ہے۔ شعاعیں جس زاویہ پر اس رخ کو ٹکراتی ہیں اس کا مقابلہ اگر اس زاویہ سے کیا جائے جو وہ (اَ فَ) سے بناتی ہیں تو پہلی حالت میں زاویہ (پ ب ا) اور دوسری حالت میں زاویہ م ۲ ی ہوگا۔ گو یہ زاویے مقابلے کی غرض سے استعمال کیے جا سکتے ہیں لیکن درحقیقت یہ صحیح زاویہ ہائے میلان نہیں ہیں جو شعاعیں زیر بحث کسی رخ سے بھی بناتی ہیں۔

رخ اَ جَ کے رنگ کی گہرائی بہ نسبت رخ (اَ فَ) کے تاریک ترین حصہ کے، زیادہ مگر بالکل یکساں ہونی چاہیے۔

رخ گَ جَ بالکل سایہ میں ہوگا۔ لہذا اس کے رنگ کی گہرائی آنکھ سے قریب ترین فاصلہ پر یعنی بَ جَ پر سب سے زیادہ ہوگی اور گَ حَ پر کمترین۔ یہاں کا رنگ رخ اَ جَ کے پھیکے رنگ سے زیادہ تاریک ہوگا۔ تاریکی کے ان درجوں کو برش سے عملی طور پر حاصل کرنے کے طریقوں سے آئندہ بحث کی جائیگی۔

مسئلہ عملی ۲۵۶ — ایک اسطوانہ کے سایہ دار حصہ کی دریافت (پلیٹ ۳۵ - شکل ۴)

اسطوانہ کی صورت میں رنگ کی گہرائی اُس کی سطح کے ہر خطِ تکوین کے لیے مختلف ہوگی۔

اسطوانہ کے سایہ دار خطوط کھینچنے میں یہ ضروری ہے کہ منور اور تاریک حصے کے درمیان رنگ کے فرق کا مناسب لحاظ رکھا جائے۔ یہ یاد رکھنا ضروری ہے کہ تاریکی اور نور کے درمیان فرق بتانے والا خط (ی ی) پر کے خطِ تکوین سے حاصل ہوتا ہے اور یہ ن ی سے جو اسطوانہ کے سطحی نقشہ کی ماسی شعاع کا سطحی نقشہ ہے دریافت کیا جاتا ہے۔ دیکھو مسئلہ ۲۲۷۔ لہٰذا اسطوانہ کا وہ حصہ جو سایہ میں ہے خطوط (ی یَ) اور (ب بَ) کے درمیان واقع ہے۔ اس حصہ کو سایہ میں واقع ہونے والے تظلیلی مستوی سے مائل سطحوں کے قاعدہ کی رُو سے، جو اوپر بیان ہو چکا ہے سایہ دار خطوط سے بتانا چاہیے۔ اسطوانہ کا بقیہ حصہ جو مرئی ہے نور کی شعاعوں سے منور ہوتا ہے۔ مگر مستدیر شکل کا ہونے کی وجہ سے نور کی شعاعیں ایسے زاویے بناتی ہیں جو اس کی سطح کے ہر حصہ پر مختلف ہوتے ہیں۔ گولائی کی اچھی طرح تعبیر کرنے کے لیے احتیاط کے ساتھ سطح کے اُس حصہ کو دریافت کرنا ضروری ہوگا جو کہ روشن ترین ہے۔ یہ حصہ خطِ تکوین (دَ دَ) پر واقع ہے اور اس کو خط (س د) سے جو اسطوانہ کے مرکز میں سے کھینچی ہوئی شعاع کا سطحی نقشہ ہے دریافت کیا جاسکتا ہے دیکھو مسئلہ عملی ۲۲۷۔ چونکہ مرئی شعاعیں انتصابی مستوی کے علی القوائم اور اس لیے ہ و کے متوازی ہیں جو اسطوانہ کے سطحی نقشہ کے مرکز و میں لاما خط کے علی القوائم کھینچا گیا ہے اس لیے ظاہر ہے کہ اوپر بیان شدہ قواعد کی رُو سے، وہ حصہ جو آنکھ کو واضح ترین نظر آئیگا، اس خط کے قریب ہوگا۔ اگر ہم زاویہ س و ہ کو خط و م سے تنصیف کریں تو ہم اس نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں کہ اسطوانہ کا سب سے ہلکا سایہ والا حصہ ۲ اور مَ کے خطوطِ تکوین کے درمیان (د ۲) کے مساوی اور (د م) کا نصف ہوگا۔

اگر اسطوانہ چمکدار ہو [مثلاً برخرادا (Turned) لوہے کا دھرا، یا سنگ مرمر کا ستون] تو اس حصہ پر کوئی رنگ نہ ہوگا۔ ہاں اگر اسطوانہ کی سطح

کھردری ہو جیسے کہ ڈھلے لوہے کے پائپ کی ہوتی ہے تو اس صورت میں ایک ہلکا سا، (دوسرے کسی حصہ کی بہ نسبت بہت ہی ہلکا سا) رنگ اس کو دیا جاسکتا ہے۔ سایہ کی گہرائی بتدریج (یَ یِ) سے (ہَ ہِ) تک کم ہوتی جائیگی اور پھر (دَ دِ) سے (اَ اِ) تک بڑھتی جائیگی ۔

خطِ تکوین یَ یِ کے بالکل قریب کا حصہ' اسطوانہ کا تاریک ترین حصہ ہوگا اور سایہ کی گہرائی اس سے بَ بِ تک کم ہوتی جائیگی ۔ بَ بِ پر کار رنگ' نور میں واقع ہونے والی سطح کے تاریک ترین حصہ سے بھی زیادہ تاریک ہوگا ۔

مسئلۂ عملی ۲۵۷ ۔ ایک مخروط کے سایہ دار حصہ کی دریافت (پلیٹ ۳۵ ۔ شکل ۵) ۔

اسطوانہ میں جن امور سے اوپر بحث کی جاچکی ہے مخروط پر بھی ان کا اطلاق ہوتا ہے ۔ روشن ترین حصہ کا خط (جَ دَ) پہلے دریافت کرنا ہوگا اور پھر نور اور سایہ دار حصص کو علحدہ کرنے والا خط (جَ یَ) دریافت کیا جائیگا ۔ مثلث (جَ یَ بَ) مخروط کا تاریک ترین حصہ ہوگی اور مثلث جَ ۲ تَ جو اسطوانہ کے بیان شدہ طریقہ کے مطابق دریافت کی جاتی ہے وہ حصہ ہوگی جو روشن ترین ہوگا ۔ مخروط کے سایہ دار خطوط کھینچنے میں اُن قواعد کی پابندی کرنا چاہیے جو آنکھ سے غیر مساوی فاصلہ پر کی سطحوں کے سایہ دار خطوط کھینچنے کے متعلق اوپر بیان ہوچکے ہیں ۔ لہذا مخروط کا تاریک ترین حصہ مثلث (جَ ۸ ۹) ہوگی جو خطِ تکوین (جَ یَ) کے بالکل قریب میں واقع ہے ۔ اور یہ رنگ بتدریج کم ہوتا جائیگا حتی کہ (جَ بَ) مخروط کا کنارہ پہنچ جائے ۔ البتہ اس امر کا یہاں خیال رکھنا ضروری ہے کہ سایہ میں واقع ہونے والی سطح کا ہلکے سے ہلکا رنگ، نور میں واقع ہونے والی سطح کے گہرے سے گہرے رنگ سے تاریک تر ہے ۔ جس طریقہ سے بتدریج مختلف رنگ ایک دوسرے میں ملائے جاتے ہیں وہ آگے چل کر سمجھ میں آئیگا ۔

یکساں رنگوں سے سایہ دار حصص بنانا

یہاں بُرش کے استعمال کے متعلق چند ہدایتیں دی گئی ہیں اور ایسے عام طریقے سمجھائے گئے ہیں جو قرارداده رنگوں اور سایوں کو حاصل کرنے میں کار آمد ہوتے ہیں۔

عام طور پر سایہ دار حصص بنانے میں جو طریقے اختیار کیے جاتے ہیں وہ یا تو متعدد یکساں رنگوں کے انطباق ہوتے ہیں یا ایسے رنگ ہوتے ہیں جن کے کناروں پر ان کو ہلکا کر دیا جاتا ہے۔ ان دونوں طریقوں میں سے اول الذکر زیادہ سہل ہے اور پہلے اسی کو اختیار کرنے کی کوشش کرنی چاہیے۔

یکساں رنگ لگانے کا طریقہ آسان ہے اور اس کے لیے صرف ایک بھیگا ہوا بُرش درکار ہوتا ہے اور بہت زیادہ مقدار میں رنگ کی ضرورت نہیں ہوتی۔

کئی یکساں رنگوں کو جمع کر کے کسی ایک درجہ دار رنگ کا حاصل کرنا مشکل طریقہ ہے۔ یہ حسب ذیل ہے:۔ اوپر بیان شدہ ایک منشور کو مثال کے طور پر لے کر اُس کے رُخ (ب ح) کو سایہ دار بنانا شروع کرو۔ (دیکھو پلیٹ ۳۵۔ شکل ۳)۔

پہلے انتصابی خطوط سے منشور کے رُخ کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرو۔ ان خطوط کو پنسل سے بہت ہلکا کھینچنا چاہیے کیونکہ ان کی صرف غرض یہ ہے کہ رنگوں کو حائل کیا جائے۔ پہلے حصے ب ہ پر تھوڑا رنگ پھیلایا جاتا ہے۔ جب یہ خشک ہو جائے تو اسی طرح کا رنگ پھر ب ۵ تک پھیلایا جاتا ہے یعنی پہلے اور دوسرے دونوں پر پھر رنگ کیا جاتا ہے۔ جب یہ خشک ہو جائے تو پھر (ب ٦) پر رنگ پھیرا جاتا ہے وغیرہ وغیرہ۔ حتیٰ کہ اخیر میں ایک اور دفعہ کا رنگ جو کل سطح پر پھیر دیا جاتا ہے منشور کے اس رُخ کو حسب خواہش درجہ بدرجہ تاریک کر دیتا ہے۔ رنگوں کی تعداد جو اس قسم کی تدریجی تاریکی کو حاصل کرنے میں مستعمل ہوتی ہے، اُس سطح کی وسعت پر منحصر ہوتی ہے جس کو تاریک کرنا منظور ہوتا ہے اور رنگوں کی گہرائی ان کی تعداد کی نسبت سے بدلتی ہے۔

جوں جوں شوبوں کی تعداد بڑھتی جاتی ہے کُل سایہ دار حصہ ایک نرم شکل بتدریج اختیار کرنے لگتا ہے اور اُن خطوط کی جو مختلف رنگوں کی حدبندی کرتے ہیں سختی کم ہونے لگتی ہے اور وہ نمایاں بھی ہونے لگتے ہیں۔ اِس لحاظ سے رنگوں کی تعداد کو متواتر ایک دوسرے پر گزار کر شوبوں سے تدریجی رنگ حاصل کرنے کے طریقہ کو جو اوپر بیان کیا گیا ہے ترجیح دی جاتی ہے دوسرے ایک اور طریقہ پر جو حسبِ ذیل ہے اور کبھی کبھی مستعمل بھی ہوتا ہے۔ اس طریقہ میں پہلے کُل سطح میں رنگ بھر دیا جاتا ہے اور پھر بتدریج ہر ایک شوب پر رنگ کے حصہ کو کم کرتے جاتے ہیں۔ مگر اس طریقہ میں نقص یہ ہے کہ ہر شوب کا خاکہ چھوا نہیں جاتا اور لازماً اس میں ایک قسم کی سختی پائی جاتی ہے جو پہلے طریقہ میں کم ہو جاتی ہے۔ اگر کسی کٹے ہوئے سایہ کا خط اس طریقہ میں اتفاقاً پیدا ہو جائے تو ایک باریک برش لے کر خط کے ہر ایک جانب رنگ بھر کر اس کو نقطوں کے ذریعہ ٹھیک کر لو۔ مگر اس بات کا خیال رکھو کہ خود خط کو کسی حالت میں بھی برش سے چھونا تک نہیں چاہیے۔

رُخ رَفَ پر بھی اسی طرح سے عمل کیا جاتا ہے مگر رنگوں کی گہرائی بہت ہلکی ہوتی ہے۔

رُخ دَجَ متوسط رنگ کے یکساں پھیکے شوب سے بھر دیا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ اسطوانہ کا نصف سطحی نقشہ (پلیٹ ۳۵ - شکل ۔۔) کئی مساوی حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اِن منقسم شدہ حصوں کو اسطوانہ کی سطح پر پنسل کے ہلکے خطوط سے نشان کر لو اور اسطوانہ کے اُس کُل حصہ پر جو سایہ میں ہے (دی ب کے اوپر) ایک ہلکے رنگ کو پھیلا کر سایہ بنانا شروع کرو۔ جب یہ خشک ہو جائے تو دوسری دفعہ پھر وہی رنگ پھیلا دو۔ اب (دیَ ۸) جو سب سے زیادہ گہرے رنگ کا حصہ ہے احتیاط سے رنگ پھیلانا چاہیے۔ تیسری دفعہ اِس حصہ پر اور اس کے ہر ایک پہلو میں پھر رنگ کو پھیلانا ہوگا۔ اِسی طریقہ سے اس عمل کو جاری رکھو حتیٰ کہ (بَ ۶) پر رنگ پورا لگ جائے تب (بَ ۵) پر رنگ لگاؤ۔ پھر ایک ہلکا رنگ (بَ ۴) پر اور آخر میں

ایک بہت ہی ہلکا رنگ (بَ مَ) پر لگانا ہوگا ۔ شکل میں رُبع (۵ بَ) پانچ حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے ۔ نقطہ یَ کے ہر پہلو کے حصے (۵ بَ) کے ۱/۲ کے مساوی اور دیگر تمام (۵ بَ) کے ۱/۲ کے مساوی ہیں ۔

بائیں ہاتھ کے رُخ میں بھی اسی طرح سے عمل کیا جائے ۔ اس صورت میں (لَ اَ) سے شروع کرنا ہوگا اور پھر (لَ ۲َ) پر عمل کرنا ہوگا ۔ اُسطوانہ کی پوری سطح پر سوائے اُس حصہ کے جو تیز روشنی میں ہے (یعنی دَ ۳َ کو ہلکے رنگ سے بتانا ہوگا) رنگ لگا کر اس عمل کو ختم کر دینا چاہیے ۔

مخروط پر بھی اسی طرح کا عمل کرنا ہوگا ۔ اس کے حصے (پلیٹ ۳۵ ۔ شکل ۵) میں بتائے گئے ہیں ۔

ہلکے رنگوں سے تاریک حصص بتانا

اوپر بیان کیے ہوئے طریقہ سے اِس طریقہ میں فائدہ یہ ہے کہ سایہ دار حصوں کا رنگ ہلکا ہونے سے ان میں زیادہ شوخی نہیں ہوتی اور مختلف رنگوں کی حد بندی بھی زیادہ محسوس نہیں ہوتی ہے ۔ لیکن یہ طریقہ بہت مشکل ہے ۔

فرض کرو کہ اس طریقہ سے مشقی سوال کے طور پر شکل ۳۔ میں دیے ہوئے منشور کے سایہ دار حصے بتانا منظور ہے ۔

تاریک رُخ کے قریب ترین حصے پر ایک پتلی سی دھجّی رنگ کی لگا دو اور اب تھوڑا سا پانی بُرش میں لے کر رنگ کے ساتھ ملا کر اُس دھجّی کے ساتھ ایک اور ہلکے رنگ کی دھجّی ملا لو ۔ پھر آخر میں ایک اور صاف بُرش کو پانی سے تر کر کے دوسری دھجّی کے کنارے کو ہلکا کر لو ۔ یہ کنارہ پہلے رنگ کی حد تصور کیا جا سکتا ہے ۔

جب پہلا رنگ خشک ہو جائے ، اُس پر دوسرے رنگ کو پھیلا دو ۔ اس کا طریقِ عمل بھی وہی ہوگا جو اوپر بیان ہو چکا ہے اور یہ پہلے سے زیادہ پھیلایا جائیگا ۔ اسی عمل کو دوہرانا چاہیے یہاں تک کہ کل رُخ پر رنگ لگ جائے ۔

اسی طرح بائیں ہاتھ کے رُخ پر رنگ پھیلانا ہوگا گو اس صورت میں یہ رنگ بہت ہلکا ہوگا، کیونکہ اس پر نور کی شعاعیں تقریباً عموداً واقع ہوتی ہیں۔

اُسطوانہ یا مخروط کو ہلکے رنگوں سے اسی اوپر بیان کیے ہوئے طریقہ سے رنگا جاسکتا ہے اور اس صورت میں وہی تقسیمی خطوط کھینچے جا سکتے ہیں، جو یکساں رنگوں سے رنگ کرنے کی صورت میں استعمال کیے گئے تھے۔

کُرہ کے سایہ دار حصص دکھانے سے آئندہ بحث کی جائیگی۔

مشکل سوالات میں سایے اور تاریک حصص کھینچنا

اب تک دوسری چیزوں سے علیحدہ رکھی ہوئی اشیاء کے سایہ دار خطوط کھینچنے کے متعلق سادہ ترین اور ابتدائی اصول سے بحث کی گئی اور ان کے کھینچنے کے آسان ترین طریقے بتائے گئے۔ اب زیادہ مشکل شکلوں میں ان کے اطلاق کی مثالیں دے کر یہ سمجھانے کی کوشش کی جائیگی کہ کہاں سایوں کو کم کر کے یا بڑھا کر دکھانا چاہیے۔ اس کے متعلق مزید قواعد بتائے جائینگے اور عمارتی نقشوں کو سایہ دار بنانے میں چند ہدایات اور مشورے دیے جائینگے۔

واٹمن[1] کا کھردری بافت کا کاغذ بہ نسبت کسی اور کاغذ کے، رنگ کو قبول کرنے کے لیے زیادہ موزوں ہوتا ہے۔ اس کاغذ میں ڈبل ہاتھی چھاپ تقطیع کو ترجیح دینی چاہیے کیونکہ اس کی بافت اور یکسانیت میں ایک خاص بات ہوتی ہے۔ اس سے بڑی تقطیع کا کاغذ شاذ و نادر ہی مستعمل ہوتا ہے اور کسی چھوٹے نقشے کے لیے بھی ڈبل ہاتھی چھاپ کاغذ کا ایک ٹکڑا استعمال کرنا چاہیے۔

کسی رنگین نقشہ کے لیے کاغذ کو تختہ پر گوند سے یا تناؤ چوکھٹے کے ذریعہ تنا ہوا رکھنا چاہیے۔ رنگ لگانے سے پہلے کاغذ کے اس رُخ کو پانی میں بھگوئے ہوئے اسفنج سے، اس کی سطح سے نوٹوں کو دور کرنے کے لیے دھو لینا

[1] Whatman

چاہیئے۔ اس عمل سے وہ رنگ کو عمدہ طور پر قبول کرنے لگتا ہے۔ کاغذ کی پوری سطح کو مرطوب کرنا ہوگا تاکہ اس میں یکساں درجہ کا پھیلاؤ ہو۔ اسفنج سے اس کو آہستہ آہستہ چھونا چاہیے۔ رگڑنا ٹھیک نہیں۔ اس طرح عمل کرنے سے بالکل خشک ہونے پر کاغذ کی سطح صاف اور چکنی ہوگی اور ایسی صورت میں نہ صرف اس پر کام کرنا خوشگوار ہوتا ہے بلکہ رنگ کو قبول کرنے کے لیے وہ ممکن بہترین حالت میں بھی ہوتا ہے۔

جس پیمانہ سے نقشہ کھینچا جائیگا اس پر برشوں کا ناپ منحصر ہوگا۔ لمبے پتلے برشوں سے کام نہیں کرنا چاہیے۔ ایسے برش جو موٹے اور باریک نوکیں رکھتے ہوں زیادہ مناسب ہونگے کیونکہ ان میں رنگ کی زیادہ مقدار سماتی ہے اور یہ زیادہ قابو میں بھی رہتے ہیں۔

یکساں رنگ لگانے کے طریقہ میں، اگر سطح بڑی ہو تو، نقشہ کو کسی قدر مائل اور برش میں رنگ کی کافی مقدار رکھنی چاہیے تاکہ رنگ کا کنارہ، پوری سطح پر رنگ کے لگانے تک، مرطوب رہے۔ اگر چھوٹی سطح پر رنگ لگانے میں، برش میں رنگ کی زیادہ مقدار ہوگی تو کاغذ کی پوری سطح کا کھردرا اور ناہموار نظر آنا ناگزیر ہوگا۔ برش میں رنگ کی ایک متوسط مقدار لے کر اس کو کاغذ پر اچھی طرح اور جلدی سے پھیلا دینا ہی یکساں اور گنجان ریشوں کی سطح حاصل کرنے کا واحد طریقہ ہے۔

ایک قاعدہ کلیہ کی طرح اس امر کو ہمیشہ یاد رکھو کہ کسی رنگ، سایہ دار خط یا سایہ پر سے برش کو گزارنا یا اس کو برش سے چھونا اس وقت تک ہرگز نہیں چاہیے جب تک کہ وہ بالکل خشک نہ ہو جائے۔ اور رنگ میں برش کو آگے پیچھے حرکت بھی نہیں دینی چاہیے۔

اس کتاب میں سایوں کے متعلق جو مشقی سوالات دیے گئے ہیں۔ اُن کے متعلق یہ کہہ دینا ضروری ہے کہ ایسی اشیاء پر جو منحنی خاکے رکھتی ہیں نور کی کچھ نہ کچھ مقدار منعکس ہوکر واقع ہوتی رہتی ہے۔ یہ سچ ہے کہ تمام اجسام خواہ اُن کی شکلیں کیسی ہی ہوں منعکس نور سے متاثر ضرور ہوتے ہیں مگر سوائے چند

مستثنیات کے صرف منحنی سطحوں پر یہ نور محسوس ہوتا ہے ۔ نور کے حقیقی درجہ کی دریافت اور اس کو صحیح طور پر دکھانا نہایت اہمیت رکھتا ہے ۔

تمام اجسام جو روشنی میں ہوں اپنے قریب کے اجسام پر خود کے حاصل کردہ نور میں سے کچھ نہ کچھ شعاعوں کو ضرور منعکس کرتے ہیں ۔ مثلاً ایک بالکل علیحدہ رکھی ہوئی شئے کے سایہ دار حصے کو، یا تو اس زمین کی سطح سے شعاعیں منعکس ہوکر منور کرتی ہیں جس پر کہ وہ شئے رکھی ہوئی ہوتی ہے یا ہوا کے ذریعہ جو اس کو گھیری ہوی ہوتی ہے شئے کا سایہ دار حصہ منور ہوتا ہے ۔

کسی شئے کے رنگ کی جلا یا چمک کی مناسبت سے نور کی مقدار منعکس ہوکر اس کے اطراف کے اجسام کو منور کرتی ہے اور خود دوسرے اجسام کے منعکس شدہ نور سے تنویر حاصل کرتی ہے ۔ ایک جلا دار اسطوانہ یا سفید چینی کا گلدان کسی کھردری ڈھلی ہوئی شئے یا پتھر کے برتن کی بہ نسبت زیادہ مقدار میں انعکاس سے نور حاصل بھی کرتے ہیں اور بھیجتے بھی ہیں ۔

سایہ کو خواہ کتنا ہی خفیف کیوں نہ ہو کسی حالت میں بھی ایک صاف مستدیر جسم کے خاکہ تک پھیلا کر نہیں بتانا چاہیئے ۔ مثلاً کسی جلا دار کرہ کے محیط تک سایہ کو ملانے کے قبل، سایہ کو ہلکا کر دینا چاہیئے، اور جب سایہ پورا کھینچ لیا جائے تو مقامی رنگ میں سے جو کوئی رنگ مطلوب ہو اُس کو خاکہ تک پھیلا دینا چاہیے ۔ اس عمل سے کرہ کا وہ حصہ شفاف ہو جائیگا ۔ جو منعکس شدہ نور سے متاثر ہوتا ہے ۔ کھردرے مستدیر اجسام کے خاکوں تک بھی بہت کم سائے کو پہنچانا چاہیے ورنہ رنگ بھدا اور بدنما معلوم پڑیگا ۔ جوں جوں سائے، اُن اجسام سے جن سے وہ بنتے ہیں دُور ہوتے جائیں تو ان کی گہرائی بھی گھٹتی جاتی ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ اردگرد کے اجسام سے منعکس شدہ نور کی زیادہ مقدار ان پر واقع ہونے لگتی ہے ۔

ہوا کی وجہ سے بھی سایوں کی حدت جیسے جیسے وہ مُشاہد سے دُور ہوتے جاتے ہیں بدلتی جاتی ہے ۔ ان کا فاصلہ مُشاہد سے قریب ہو تو وہ زیادہ گہرے نظر آتے ہیں ۔ قدرتی مناظر میں حدت کا یہ فرق بہت زیادہ فاصلوں

محسوس ہوتا ہے۔ بڑی بڑی عمارتوں میں بھی، سایوں کی گہرائی کا فرق بمشکل نظر آتا ہے۔ مگر عمارتی کاموں کو ٹھیک طریقہ سے سطحی نقشہ اور رُو کاروں میں دکھانے کے لیے یہ امر نہایت اہم ہے کہ مشاہد سے کسی شئے کے ہر ایک کے حصے کا فاصلہ فوراً آنکھ کو محسوس ہونے لگے لہذا ایک قرار دادہ مبالغہ سے کام لیا جاتا ہے۔ نزدیک ترین اور واضح ترین حصوں کے سائے بہت گہرے بنائے جاتے ہیں تاکہ دور کے حصوں میں حدت کے تغیرات کا مناسب لحاظ رکھا جائے۔ تاریک حصص پر اس ہدایت کا اطلاق ہوتا ہے۔ مثلاً کسی ایسے اسطوانہ پر کی تاریکی جو مشاہد کے قریب رکھا ہوا ہو دور رکھے ہوئے کسی اسطوانہ کی تاریکی کی بہ نسبت زیادہ گہری ہونی چاہیے۔ عام طور پر یہ قاعدہ مسلّم ہے کہ کسی شئے کے ایسے حصے جس پر وہ شئے رکھی ہوئی ہو جوں جوں آنکھ سے دُور ہوتے جائیں اُن کا رنگ (خواہ یہ کسی شئے کو تعبیر کرے) بتدریج ہلکا ہونا چاہیے۔

پلیٹ ۲۵ میں مکمل تاریک شدہ حصص کی چند مثالیں بتائی گئی ہیں۔ ذیل میں ان میں سے ہر ایک شکل کے متعلق جو تنقید کی گئی ہے وہ اس قسم کی تمام شکلوں پر صادق آتی ہے۔

شکل ۱ میں ایک مقعر سطح پر تاریکی اور سایہ کی جو پیچیدگیاں رُونما ہوتی ہیں ان کو بتایا گیا ہے۔ یہ امر قابلِ غور ہے کہ کسی مقعر سطح پر سایہ خاکہ کی طرف تو تاریک ترین ہوتا ہے مگر شئے کے حدود کے قریب پہنچتے پہنچتے ہلکا ہوتا جاتا ہے۔ سطح کے جس حصہ پر نور واقع ہوتا ہے اس سے منعکس ہونے کے باعث سایہ کی گہرائی میں بتدریج کمی ہوتی جاتی ہے۔ منعکس نور سے وہ حصہ سب سے زیادہ روشن ہوتا ہے جو سب سے زیادہ منور ہونے والے حصہ کے مقابل ہوتا ہے۔

مقعر سطحوں پر تیز یا انتہائی نور کی شعاعوں کے نقشہ کو کھینچ کر نہیں چھوڑ دینا چاہیے ورنہ بادی النظر میں ان کی وجہ سے یہ تمیز کرنا مشکل ہو جاتا ہے کہ جن اشیاء کو تعبیر کیا گیا ہے وہ مقعر ہیں یا محدب۔ مقامی رنگ لگانے کے بعد پورے مقعر پر ایک ہلکا سا شوب پھیلا دیا جائے جو بہت ہی آہستہ لگانا چاہیے اس سے نور کی حدت میں ترمیم اور کمی ہوتی ہے اور

رنگ میں شوخی بھی نہیں باقی رہتی۔

تنویر کے لحاظ سے ایک کرہ کا سب سے ہلکا حصہ ایک نقطہ ہوتا ہے جس کے اطراف تاریک حصہ شروع ہوتا ہے (شکل ۹)۔ اس نقطہ سے فاصلہ جتنا زیادہ ہوتا جاتا ہے اُس کی تاریکی میں بھی اضافہ ہوتا جاتا ہے۔ شکل میں یہ نقطہ اس وجہ سے نہیں دکھایا گیا ہے کہ کرہ کے تاریک رنگ کو اس کی سطح کے اس سے زیادہ بڑے حصہ پر جتنا کہ یہاں دکھایا گیا ہے نہیں پھیلانا چاہیے۔ نور کے نقطہ کے قریب تاریکی میں نہایت نازک اور غیر محسوس طریقہ سے اضافہ ہونے کے لیے کرہ کے مقامی رنگ سے مدد لینی چاہیے۔ یہی کل جلد مجلا اور ہلکے رنگ کی منحنی سطحوں کے لیے بھی کیا جا سکتا ہے تیز روشنی کے حدود سے قریب کے حصوں پر ایسے مقامی رنگ کا شوب دینا چاہیے جو ہموار سطحوں کے رنگ سے کسی قدر ہلکا ہو۔ منحنی غیر مجلا سطحوں پر مقامی رنگ کو جتنا بھی وہ سطح کے سب سے منور حصہ سے دُور ہوتا جائے بتدریج گہرا کرنا چاہیے۔ کسی کرہ کو تاریک بتانے میں بہترین طریقہ یہ ہے کہ دو یا تین ہلکے رنگوں کو ایسی ہلالی نما شکلوں میں لگانا چاہیے جو نقطۂ نور کی طرف مستدق ہوں۔ اِن میں سے ایک کو دوسرے پر لگانا اور پہلے کو اعظم ترین تاریکی کے حصہ پر پھیلا دینا چاہیے۔

دیکھو شکل ۷ اور ۸۔ ان میں ایک مخروط کے کسی کرہ یا اسطوانہ پر بننے والے سایوں کی خاصیتوں کو دکھایا گیا ہے۔ ان سایوں کی حقیقی شکلیں علم ہندسہ کے معمولی طریقوں سے دریافت کی جا سکتی ہیں۔ یہ صرف ایسے منحنی ہیں جن میں وہ مماسی مستوی جو سایہ اور نور کے حصوں کو علیحدہ کرنے والے خط کو قائم کرنے کے لیے استعمال کئے جاتے ہیں (دیکھو مسئلۂ عملی ۲۲۲) اُس شئے کو قطع کرتے ہیں جس پر کہ سایہ پڑتا ہوا فرض کیا جاتا ہے۔ ان شکلوں میں یہ کلیہ کہ کسی شئے کے سایہ کی گہرائی نور کے اُس درجہ کے متناسب ہوتی ہے جو شئے کی سطح پر واقع ہوتا ہے بہت اچھی طرح ثابت کیا گیا ہے۔ شکل ۶ میں سطحی نقشہ کو دیکھنے سے واضح ہوگا کہ مخروط

کے راس کا سایہ کرہ کے روشن ترین نقطہ پر پڑتا ہے لہذا یہ سایہ کا تاریک ترین حصہ ہے ۔ اسی طرح اسطوانہ پر مخروط کے سایہ کا تاریک ترین حصہ سطحی نقشہ میں (دیکھو شکل ۳) وہ ہے جہاں کہ وہ انتہائی نور کے خط سے ملتا ہے ۔ ہموار سطحوں پر بھی اسی قسم کا اثر ہوتا ہے ۔ ان پر پڑنے والے سائے اتنے ہی کم تاریک بتائے جاتے ہیں جتنا کہ تظلیلی مستوی کے ساتھ ان کا میلان بڑھتا ہے ۔ اس کے برخلاف ۔ ایک ہموار سطح پر مقامی رنگ اتنا ہی زیادہ تاریک بتایا جاتا ہے جتنا کہ اس مستوی کے ساتھ سطح کا میلان زیادہ ہوتا جاتا ہے ۔

ان شکلوں سے یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ سائے اور نیز تاریک حصے، منعکس شدہ نور سے متاثر ہوتے ہیں ۔ مخروط کا سایہ جہاں اسطوانہ پر پڑتا ہے وہاں یہ امر اچھی طرح محسوس ہوتا ہے ۔

طالب علم کو چاہیے کہ سیپیا (Sepia) یا ہندی روشنائی سے اس پلیٹ کی شکلوں کو بہ احتیاط نقل کرے ۔

تاریک حصوں کے خطوط[1] (سایہ خطوط)

ان خطوط کو جب صحیح طور پر کھینچا جاتا ہے تو کسی شئے پر ایک نظر ڈال کر یہ معلوم کیا جا سکتا ہے کہ اس شئے کے خاکہ کی شکل کیسی ہے ۔

کسی نقشہ میں سایہ خطوط کھینچنے میں حسب ذیل قواعد کی پابندی پوری طرح کرنی ہوگی :۔

سایہ خطوط دو سطحوں کے تقاطع کو تعبیر کرتے ہیں جن میں سے ایک تو منور ہوتی ہے اور دوسری تاریک اور یہ غیر مرئی ہوتی ہے ۔ لہذا خاکہ خطوط کو ایسی دو سطحوں کے ملنے کے مقام پر ہرگز نہیں کھینچنا چاہیے جو (یعنی دونوں سطحیں) خط تقاطع تک نظر آتے ہوں ۔ اگر مرئی سطح کا خاکہ منحنی ہو تو سایہ خطوط ان نقطوں سے شروع ہونگے جہاں کہ شعاع کا ظل اس خاکہ کو

[1] ان قاعدوں کو کلارک کے عملی ہندسہ سے لیا گیا ہے ۔

چھوتا ہے اور اس کی پوری گہرائی کو ان نقطوں سے شروع کرکے بتدریج حاصل کرنا چاہیئے سایہ خطوط ہم ارتفاعی خط یا منحنی سطح کے خاکہ کو تعبیر کرنے کے لیے ہرگز نہ کھینچے جائیں ۔ مثلاً ایک انتصابی منتظم اسطوانہ کا رُوکار ، ایک مستطیل ہوگا ۔ اس روکار میں سایہ خط وہ خط ہوگا جو اسطوانہ کے قاعدہ کو تعبیر کریگا ۔ لیکن ایک انتصابی مربع منشور (جس کا ایک رُخ ۲ ۔ م کے متوازی ہو) کا روکار بھی گو ایک مستطیل ہوگا مگر اس کا ایک ضلع اور نیز قاعدہ سایہ خط سے تعبیر کیا جائیگا ۔

سایہ خطوط کھینچنے میں یہ فرض کیا جاتا ہے کہ نور کی شعاعیں اُس قرار دادہ سمت سے آتی ہیں جس کی تشریح اس باب میں کی گئی ہے ۔ مثلاً کسی شئے کے سطحی نقشہ اور رُوکار کے سایہ خطوط کھینچنا ہو تو سطحی نقشہ کے لیے شعاعیں کاغذ کے بائیں ہاتھ کے نچلے کونا سے اور رُوکار میں کاغذ کے بائیں ہاتھ کی جانب کے اوپر والے کونا سے آینگی اور ہر دو حالتوں میں کاغذ کے کناروں سے ۴۵° کا زاویہ بنائینگی ۔ دیگر رُوکاروں کے لیے شعاعوں کی سمتیں وہ ہونگی جو مشاہد اگر علی الترتیب ان مستویوں کی جانب جن پر رُوکار بنانا ہو رُخ کرے تو اس پر ظاہر ہونگی ۔

کسی ایسے نقشہ پر سایہ خطوط ہرگز نہیں بتانے چاہییں جس پر کہ سایوں یا ان کے تاریک حصص کو بتانا مقصود ہوتا ہے ہمیشہ سایہ خطوط کو اس طرح کھینچو کہ ان کی موٹائی شئے کے خاکہ کے باہر ہو ۔ تراشوں کے سایہ خطوط بنانے میں مذکورۂ بالا قاعدوں کی پیروی لازمی ہے ۔ شعاع کی سمت کسی خاص تراش میں قاطع مستوی کے مقام پر منحصر ہوتی ہے ۔

پلیٹ ۳۶ شکل ۱۰ میں سایہ خطوط کی مثالیں سمجھائی گئی ہیں ۔

مشقی سوالات

(۱) ایک نقطہ ا انتصابی مستوی (ع ۔ م) سے ۱ انچ اور اُفقی مستوی (۲ ۔ م) سے ۱½ انچ کے فاصلہ پر ہے ۔ تظلیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو ۔

(۲) ایک پتلا پترا ½ انچ ضلع کے مخمس کی شکل کا بنایا گیا ہے ۔ یہ ایک ایسے مستوی میں ہے جو ا ۔ م کے علی القوائم ہے اور اُس کا کنارہ اس مستوی پر ٹکا ہوا ہے اور انتصابی مستوی (ع ۔ م) سے نصف انچ کے فاصلہ پر ہے ۔ تظلیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو ۔

(۳) ایک انچ قطر کا ایک مدور قرص ایسے ایک مستوی میں واقع ہے جو ا ۔ م کے متوازی اور اس سے نصف انچ کے فاصلہ پر واقع ہے ۔ قرص کا مرکز ع ۔ م سے ایک انچ کے فاصلہ پر ہے تظلیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو ۔

(۴) ایک مستطیلی منشور (۲" × ۱" × ¼۳") کے دو متصلہ رُخ تظلیلی مستویوں کے متوازی ہیں ۔ اور ع ۔ م سے ½ انچ اور ا ۔ م سے ۱ انچ کے فاصلہ پر ہیں ۔ تظلیلی مستویوں پر اس کا سایہ دریافت کرو ۔

(۵) ایک اُسطوانہ (قاعدہ کا قطر ½ ۱ انچ اور بلندی ۲ انچ) کا قاعدہ ا ۔ م کے متوازی اور اس سے نصف انچ کے فاصلہ پر ہے ۔ اِس کا محور ع ۔ م سے ½ ۱ انچ کے فاصلہ پر ہے تظلیلی مستویوں پر اُس کا سایہ دریافت کرو ۔

(۶) ایک نیم دائری شکل کے طاق کا نصف قطر ۲ فٹ اور گنبد کی جست (Springing) تک بلندی ۴ فٹ ہے ۔ طاق کے اندر کے سایہ کو دریافت کرو ۔ پیمانہ $\frac{1}{12}$ ۔

(۷) ایک مستطیلی منشور (۴" × ۱" × ۱") ا ۔ م پر ٹکا ہوا ہے ، اس کا ایک بڑا رُخ ع ۔ م سے ۳۵° کا زاویہ بناتا ہے اور اس کا ایک کونا ع ۔ م کو چھوتا ہے ۔ ایک مخروط (قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ اور بلندی ۳ انچ) کا قاعدہ ا ۔ م پر واقع ہے ۔ قاعدہ کا مرکز ع ۔ م سے ۲ انچ کے فاصلہ پر اور منشور کے قریب ترین نقطہ سے ½ ۱ انچ کے فاصلہ پر ہے ۔ مخروط کے سایہ کو جو منشور پر پڑتا ہے دریافت کرو ۔

(۸) ایک مسدسی ستون (مسدس کا ضلع ۱ فٹ) کے گرد ایک

اسطوانہ نما ٹوپی بنی ہوئی ہے جس کا قطر ۴ فٹ اور موٹائی ۱ فٹ ہے۔ ستون پر اس کے سایہ کو دریافت کرو (پیمانہ $\frac{1}{12}$)۔

(۹) ایک اسطوانہ نما ستون (قطر $\frac{1}{2}$ ۱ فٹ) کے گرد ایک مربع ٹوپی (۲ × ۲ × ۱) بنی ہوئی ہے۔ ستون پر اس کے سایہ کو دریافت کرو۔ (پیمانہ $\frac{1}{12}$)۔

(۱۰) ایک مخروط کا محور (قاعدہ کا قطر ۲ انچ، بلندی ۳ انچ) ا۔م سے ۴۵° کا زاویہ بناتا ہے اور اس کا سطحی نقشہ ع۔م سے ۹۰° مائل ہے۔ اس کا روشن ترین خط اور نیز منور اور تاریک حصوں کو جدا کرنے والے خطوط دریافت کرو۔

(۱۱) ایک انتصابی کٹا ہوا مخروط (قاعدہ کا قطر $\frac{1}{2}$ ۱ انچ، بلندی ۲ انچ اور تراش کی بلندی ۲ انچ) جس کا مستوی، قاعدہ کے متوازی ہے، ا۔م میں کھڑا ہوا ہے اور اس کا محور ع۔م سے ۱ انچ کے فاصلہ پر ہے۔ تظلیلی مستویوں پر اس کا سایہ اور اس مجسمہ کا سایہ دار حصہ دریافت کرو۔

(۱۲) ایک قائم مخروط (قاعدہ کا قطر ۱ انچ، بلندی ۲ انچ) کا محور افقی اور ع۔م سے ۳۰° مائل ہے۔ ا۔م پر اس کا سایہ دریافت کرو۔

(۱۳) ایک قائم مخروط (قاعدہ کا قطر ۲ انچ، بلندی ۳ انچ) اور ایک کرہ جس کا قطر $\frac{1}{2}$ ۱ انچ ہے ا۔م پر رکھے ہوئے ہیں۔ مخروط کا محور $\frac{1}{2}$ ۲ انچ کا ہے اور کرہ کا مرکز ع۔م سے $\frac{1}{2}$ ۱ انچ کے فاصلہ پر واقع ہے۔ مخروط کا سایہ کرہ پر، اور نیز دونوں مجسموں کے تظلیلی مستویوں پر سائے اور مجسموں کے سایہ دار حصے دریافت کرو۔

(۱۴) ایک الٹا رکھے ہوئے قائم مخمسی مینار یا ہرم (بلندی ۴ انچ، قاعدہ کا ضلع $\frac{1}{4}$ ۱ انچ) کا راس ا۔م میں واقع ہے۔ قاعدہ کا ایک کنارہ ع۔م میں اور محور انتصابی ہے۔ اس کا سایہ تظلیلی مستویوں پر، اور مجسمہ کا سایہ دار حصہ دریافت کرو۔

(۱۵) ایک ہشت سطحی مجسمہ (کنارہ ۲ انچ) کا ایک رخ ا۔م کے متوازی اور اس کے ۱ انچ اوپر ہے۔ اس رخ کا مرکز ع۔م سے ۲ انچ فاصلہ پر ہے اور اس کا ایک کنارہ ع۔م سے ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے۔

تظلیلی مستویوں پر اس کا سایہ اور مجسمہ کا سایہ دار حصہ دریافت کرو۔

(۱۶) ایک کھوکھلا کٹا ہوا قائم مخروط (قاعدہ کا قطر ۳ انچ، بلندی ۳ انچ) اس طرح اُلٹا رکھا ہوا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے۔ اس کا تراشی مستوی ا-م کے متوازی اور اس سے $\frac{3}{4}$ انچ کے فاصلہ پر ہے۔ اس کی اندرونی سطح پر واقع ہونے والے سایہ کو دریافت کرو۔

(۱۷) ایک مربع گھائی والا پیچ (قطر ۳ انچ، گھائی ۱ انچ) ا:م پر انتصاباً کھڑا ہوا ہے۔ اُس کے رُوکار کے سایہ دار حصہ کو دریافت کرو۔

سولھواں باب

منظرہ تظلیل

PERSPECTIVE PROJECTION

پانچویں باب میں ہم نے یہ ثابت کیا ہے کہ اگر اجسام کو کاغذ پر ٹھیک اسی طرح کھینچا جائے جس طرح کہ آنکھ ان کو دیکھتی ہے تو اینٹھن وغیرہ کے باعث ان کے ناپ صحیح نہیں آئینگے۔

اس اینٹھنے (Distortion) کی وجہ یہ ہے کہ قدرتی طور پر کسی جسم کے ہر نقطہ سے نور کی شعاعیں آنکھ کی طرف مستدق (Converge) ہوتی ہیں۔ ہندسی نقشہ کشی کے اغراض کے لیے قائم تظلیل (Orthographic projection) کے استعمال سے یہ مشکل ایک حد تک رفع ہوتی ہے اور اس میں یہ فرض کیا جاتا ہے کہ آنکھ لامتناہی فاصلہ پر ہے اور تمام مستدق شعاعیں اس طرح متوازی ہوجاتی ہیں۔

مگر مصوری کے نقطۂ نظر سے اکثر یہ مناسب ہی نہیں بلکہ ضروری ہوتا ہے کہ جب تظلیل سے صحیح ناپ درکار نہیں ہوتے تو انسانی آنکھ جس طرح کسی شئے کو دیکھتی ہو اسی طرح اُس کا ایک منظر بھی کھینچا جائے۔ یہ منظر "منظرہ تظلیل" سے حاصل ہوتا ہے اور بعض دفعہ اس کو صرف "منظرہ" سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ کسی منظرہ تظلیل

سے بشرطیکہ وہ صحیح طور پر کھینچی گئی ہو حسابی عمل سے ناپ حاصل کیے جا سکتے ہیں اِس کا ذکر آگے آئیگا۔

فرض کرو کہ ایک دریچہ کی شیشے کی تختی میں سے ہم کسی شئے مثلاً کسی مکعب شکل، یا عمارت وغیرہ کو جو تختی کے دوسرے رُخ پر واقع ہے دیکھتے ہیں، اور یہ تصور کرتے ہیں کہ شئے مذکور کے ہر نقطے سے آنکھ میں جو نور کی شعاعیں گزرتی ہیں اُن میں شیشے کی تختی حایل ہے۔ اس طرح شیشے کی تختی پر نور کے تقاطع کے نقطوں کو ملانے سے جو خطوط حاصل ہونگے اور اُن خطوط سے جو شکل حاصل ہوگی وہ شئے زیرِ بحث کا "منظرہ" نقشہ ہوگا۔

عملاً دریچہ کے شیشہ کو ہم کاغذ تصور کرتے ہیں جس پر شئے کا منظرہ نقشہ کھینچا جائے۔ یہ ظاہر ہے کہ آنکھ، مستوی اور شئے یا شخص کا ایک دوسرے کے لحاظ سے خاص مقامات پر ہونا ضروری ہے۔ یعنی جب کہ شیشہ کی تختی پر شخص (Object) کا خاکہ کھینچا جا رہا ہو نہ تو آنکھ اپنے مقام سے ہٹائی جا سکتی ہے اور نہ مستوی یا شخص، ورنہ نقشہ میں گڑبڑ ہو جائیگی۔

اس کا ثبوت اس طرح دیا جا سکتا ہے:۔ شیشے کی تختی کے مساوی ناپ کا ایک کاغذ لے کر انتصاباً اپنے سامنے اس طرح رکھ لو کہ جس منظر کو تم کھینچنا چاہتے ہو وہ اس میں سے نظر آسکے۔ اب جو نقشہ تم کھینچوگے وہ ایسا ہوگا کہ گویا شیشہ کی تختی پر بنایا گیا ہے۔ اب اگر تم اس تختی کو آنکھ سے دُور ہٹاؤگے تو نقشہ میں جو چیزیں نظر آئینگی اُن کی تعداد تو کم ہو جائیگی مگر بڑی نظر آئینگی۔ برخلاف اس کے تختی کو آنکھ سے قریب لانے پر چیزیں زیادہ تعداد میں نظر آئینگی مگر پہلے کی بہ نسبت چھوٹی ہونگی۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ نقشہ کھینچنے کے دوران میں صرف ایک آنکھ استعمال کرنا مناسب ہوگا ورنہ دونوں آنکھوں سے دیکھنے سے ہر آنکھ اپنا خاص منظر دیکھتی ہے اور یہ دونوں مناظر تا وقتیکہ شخص (Object) بہت دُور واقع ہو ایک دوسرے سے مل کر گڑبڑ پیدا کرینگے۔ حقیقت میں آنکھ کو ایک نقطہ تصور کرنا ہوگا۔ ان سب امور سے یہ ظاہر ہے کہ جب تک آنکھ شیشے

کی تختی یا تصویری مستوی (Picture plane) اور شخص کے اضافی مقام نہ معلوم ہوں، کسی شخص کا منظرہ نقشہ حاصل نہیں کیا جاسکتا۔

مطلوبہ تظلیل حاصل کرنے کے مختلف طریقے ہیں۔ اور تجربہ ہی سے طالب علم کو یہ معلوم ہوگا کہ ان میں سے آسان اور کم وقت لینے والا طریقہ کونسا ہے۔ آرام کرسی پر بیٹھے رہنے سے یہ تجربہ حاصل نہیں ہوسکتا اور طالب علم کو آگاہ کیا جاتا ہے کہ اُس کو پنسل اور کاغذ لے کر بیٹھنے کے لیے تیار رہنا چاہیے اور جس طرح آگے بتایا جائیگا اُس کے مطابق نقشہ کھینچنا ہوگا ظاہر ہے کہ یہ نقشہ متعدد خطوط کے ہونے کی وجہ سے بڑا پریشان کن ہوگا۔ نقشہ کی صحت پر صحیح تصویر کھینچنے کا دارومدار ہے۔ لہذا نقطوں کے مقامات صحیح طور پر قائم کرنے اور ان میں سے خطوطِ عمل کے باریک کھینچنے میں جتنی بھی احتیاط کی جائے کم ہے۔

جیسا کہ اُوپر بیان ہوچکا ہے مطلوبہ منظرہ نقشہ حاصل کرنے کے مختلف طریقے ہیں:—

(۱) قائم تظلیل سے منظرہ نقشہ
(۲) پیمائش سے منظرہ نقشہ
(۳) اوجھل نقطوں سے منظرہ نقشہ
(۴) پیمائشی نقطوں سے منظرہ نقشہ
(۵) مقامی پیمانوں سے منظرہ نقشہ

علٰحدہ علٰحدہ ہر طریقہ کے عام اصول پہلے سمجھائے جائینگے۔ جب طالب علم ان کو اچھی طرح سمجھ لے تو اب وہ ہر صورت میں اپنے ذاتی تجربہ کی بناء پر اس نتیجہ پر پہنچ سکتا ہے کہ ان میں سے کونسا آسان ترین ہے۔

قائم تظلیل سے منظرہ نقشہ کھینچنا

منظرہ نقشہ کھینچنے کا پورا عمل حقیقت میں، متعدد مستدق خطوط کے تقاطع ایک مستوی کے ساتھ دریافت کرنا ہے۔ چھوٹی قائم تظلیل سے یہ عمل کیا جاسکتا ہے مگر اکثر اوقات بہت طویل ہوجاتا ہے اور سہولت ایسی ہیں

اُس وقت ہوتی ہے جب کہ کسی ہندسی شکل کا اس کے دیے ہوئے اظلال سے منظرہ نقشہ کھینچنا مطلوب ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر ہم ایک سوال یہاں حل کرتے ہیں اور اس کے بعد دیگر سہل ترین طریقوں سے بحث کرینگے۔

پلیٹ (۴۰) شکل ۵ اور ۶ میں دی ہوئی شکل ہم یہاں یہ بتانے کے لیے لینگے کہ کسی چیز کے منظرہ اور ہم پیمائشی نقشوں میں کیا فرق ہوتا ہے۔ صفحہ (۳۳۹) پر جس طرح بتایا گیا ہے آنکھ تصویری مستوی اور شخص یا شئے کے اضافی مقاموں کا دیا جانا ضروری ہے۔

مسئلہ عملی ۲۵۸ — ایک مخمسی مخروطِ مضلع (قاعدہ کا کنارہ ۱،۱ انچ، بلندی ۲ انچ) کی منظرہ تظلیل کھینچنا۔ مشاہد کی آنکھ مخروطِ مضلع کے قاعدہ کے مستوی سے ۱ انچ اوپر اور جس مستوی پر تصویر کھینچی جائیگی اُس سے ۲ انچ کے فاصلہ پر ہے اور مخروطِ مضلع کے قاعدہ کا قریب ترین کونا اِس مستوی کو چھوتا ہے (پلیٹ ۴۶ شکل ۲)۔

فرض کرو کہ تصویری مستوی جو انتصابی ہے اُفقی مستوی کو جس پر مخروطِ مضلع کا قاعدہ واقع ہے خط ز خ میں قطع کرتا ہے۔ اس صورت میں مخروطِ مضلع کا ایک کونا ز خ میں واقع ہے۔ مخروطِ مضلع ا ب ج د ف کا سطحی نقشہ کھینچو اور اس کا ایک کونا د، ز خ میں رکھو۔ فرض کرو کہ ی مشاہد کی آنکھ ہے جو ز خ سے ۲ انچ کے فاصلہ پر واقع ہے۔ چونکہ مخروطِ مضلع کے لحاظ سے ی کے ٹھیک مقام کے کوئی شرائط نہیں دیے گئے ہیں ہم اِس کو مخروطِ مضلع کے مرکز کے تقریباً مقابل لے سکتے ہیں۔ مگر یہاں ہم کو اِس بات کا دیکھنا ضروری ہے کہ "ی" دائیں یا بائیں جانب ہٹایا جائے تو مخروطِ مضلع کا منظرہ نقشہ بدل جائیگا۔ ی تک مخروطِ مضلع کے ہر کونے میں سے خطوط کھینچو یہ نور کی شعاعوں کو تعبیر کرینگے اور فرض کرو کہ تصویری مستوی

کے سطحی نقشہ ن ر خ کو یہ ا، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ نقطوں پر قطع کرتے ہیں۔ یہ نقطے مطلوبہ منظروں ف، ا، ب، ج، د، ع کے سطحی نقشے ہیں اور زمینی مستوی سے اِن کی بلندی دریافت کرنا باقی رہ جاتا ہے۔ مخروط مضلع اور نقطہ ی کا رُوکار ایک لاما خط پر جو ن ر خ کے علی القوائم ہو حاصل کرو۔ اور یؔ تک اَ، بَ، وغیرہ، سے شعاعوں کے رُوکار حاصل کرو۔ نقاط اَ، ۲َ وغیرہ سے جن میں کہ یہ رُوکار ن ر خ کو قطع کرتے ہیں مطلوبہ منظروں کی بلندیاں حاصل ہو جاتی ہیں۔

زیادہ پیچیدگی سے بچنے کے لیے ہم منظرہ کو ن ر خ پر تصویر کی ایک طرف بنائیں گے۔ نقاط ا، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ کو کاغذ کے پُرزہ کے ذریعہ کسی موزوں مقام پر ن ر خ پر منتقل کرو۔ پھر اَ، ۲َ، وغیرہ، کی انتصابی بلندیاں لاما کے اوپر ناپ لو۔ اب شکل ا ب ج د ف ع حاصل ہوگی جو دیے ہوئے شرائط کے تحت مخروطِ مضلع کا منظرہ نقشہ ہوگا۔

"منظرہ" میں مستعملہ اصطلاحات کی تعریفات

اختصار کی غرض سے بعض فنی اصطلاحات اور تعریفات پہلے یہاں دی جاتی ہیں:-

اس مضمون کو ممکن وضاحت سے سمجھانے کے لیے پلیٹ ۳۷ میں اُن طریقوں کا ایک عام منظر دکھایا گیا ہے جو ایسی صورتوں میں اختیار کیے جاتے ہیں اور اس پلیٹ میں مصوری کے نقطۂ نظر سے ہر عمل کو صاف طور پر بتایا گیا ہے۔ پلیٹ ۳۰ خود ایک تصویر ہے۔ یعنی اگر ایک مصور کسی شئے کی تصویر ہموار کاغذ پر کھینچے تو جس طرح وہ اس کو تعبیر کریگا اُسی طرح اس پلیٹ میں بھی بتایا گیا ہے۔ یہ فرض کیا گیا ہے کہ ہم مصور کے بائیں جانب کھڑے ہوئے ہیں اور ہماری آنکھ بھی اتنی ہی بلندی پر ہے جتنی کہ مصور کی۔ اس لیے مصور کی آنکھ کو ہم نقطہ ا سے اور شئے کی کھینچی ہوئی تصویر کو ع ن و سے تعبیر کریں گے۔ مصور نے جس شئے کی تصویر کھینچی ہے وہ ایک لمبا بکس ہے جس کی تصویر اُس نے ایک شیشہ کی تختی پر جو اس کے اور بکس کے درمیان حائل ہے کھینچی ہے۔ محیلے نقطہ دار خطوط (-------)

سے ہم نے مصور کی شیشہ کی تختی یا (تصویری مستوی) کو تعبیر کیا ہے اور ان د اس کی کھینچی ہوئی تصویر کی تصویر ہے جو ہم نے کھینچی ہے - دیگر موٹے نقطہ دار خطوط (— — — —) میں سے ایک افقی مستوی کو اور (— . — . —) ایک زمینی مستوی کو تعبیر کرتے ہیں یہ زمینی مستوی آگے چل کر معلوم ہوگا کہ ایک بڑی اہم شے ہے - یہ دونوں مستوی حقیقت میں غیر محدود ہوتے ہیں مگر ان میں سے ہر ایک کے کچھ حصے جن کے عرض ا خ اور ز خ ہیں خطوط سے ظاہر کرتا ہے گئے ہیں - ایسے تمام خطوط جن کو مصور ہوا میں کھینچے ہوئے تصور کرتا ہے یا جن کو تصویر اتارنے میں تصویری مستوی پر استعمال کرتا ہے منظرہ حیثیت سے دکھائے گئے ہیں - پورا کاغذ ایک ایسی تصویر کا منظر ہے جس میں کئی اشیاء مثلاً بکس، بکس کی تصویر، اور مصور موجود ہیں لہذا اس پر کسی چیز کو ناپا نہیں جا سکتا - طالب علم سے توقع کی جاتی ہے کہ اس پلیٹ کو غور سے مطالعہ کرے اور اس کو تصویر میں یہ صاف نظر آنے لگے کہ اس میں متعدد اشیاء کا منظر بتایا گیا ہے - اس میں بکس، شیشے کی تختی (جس پر مصور نے تصویر کھینچی ہے)، مصور کی آنکھ اور اس کا پردہ شبکیہ (Retina) اور ان کے درمیان کھینچے ہوئے تمام خطوط، وغیرہ، یہ سب حقیقی چیزوں کی تصویریں ہیں - نقشہ میں ان سب چیزوں کو بڑھا کر اس غرض سے دکھایا گیا ہے کہ مختلف خطوط واضح طور پر نظر آئیں - اس لیے ان کو صحیح کھینچنے کی زیادہ کوشش نہیں کی گئی ہے -

آنکھ کے عقب میں پردہ شبکیہ پر کسی شے کے ہر نقطہ سے آنے والی نور کی شعاعوں سے خیال بنتا ہے جیسا کہ پلیٹ ۳۰ میں بڑھا کر دکھایا گیا ہے - ہر نقطہ سے شعاعیں لازماً تمام سمتوں کو چلتی ہیں مگر ہم کو صرف اس شعاع سے تعلق ہے جو نقطہ ی میں سے گزر کر پردہ شبکیہ پر اثر کرتی ہے - اس شعاع کو "نظری شعاع" سے تعبیر کیا جاتا ہے - شکل میں ا ی وہ شے (Object) کے نقطہ ا سے آنے والی نظری شعاع ہے اور وَ اس کا خیال ہے جو پردہ شبکیہ پر بنتا ہے - اور ہر ی مَ نقطہ ہر کے لیے ایک ہی ہے - اس سے وَ مَ حاصل ہوتا ہے جو پردہ شبکیہ پر ا ہر کا خیال ہے - حقیقت میں یہ پردہ شبکیہ پر

اُلٹا بنتا ہے مگر دماغ اس کو الٹا محسوس نہیں کرتا۔

نوٹ ۔۔۔ حتی الامکان شخص (Object) کے نقطے ہمیشہ عربی حروف سے اور ان کے خیال چھوٹے حروف سے آیندہ سے تعبیر کیے جائینگے ۔

کسی تصویر کے کھینچنے کا یا پردۂ شبکیہ پر جو خیال بنتا ہے اس کو بڑا کھینچ کر دکھانے کا طریقہ بہ آسانی یوں سمجھ میں آسکتا ہے :۔ شیشے کی ایک ایسی بڑی تختی کا تصور کرو جو شخص اور آنکھ کے درمیان واقع ہے اور جس کو پلیٹ ۳۷ میں نقطہ دار خطوط سے دکھایا گیا ہے ۔ اگر شخص کا کوئی نقطہ ا شیشہ کی تختی پر جہاں کہ اس کو اس کی نظری شعاع قطع کرتی ہے نقطہ ا سے تعبیر کیا جائے اس طرح کہ نقطہ ا سے ا چھپ جائے اور پھر نقطہ ا کو بالکل ہٹا دیا جائے تو مصور کو اس کے موجود نہ ہونے کا علم اس وجہ سے نہ ہوگا کہ ا کی جگہ ا کا خیال مصور کی آنکھ کے پردۂ شبکیہ پر بنیگا ۔ لہذا ا کا صحیح خیال ا ہوگا ۔ اسی طرح تمام نقطوں کے خیال شیشہ پر ایسے نقطوں میں حاصل کیے جاسکتے ہیں جہاں کہ ان کی نظری شعاعیں اسس کو (شیشہ کی تختی کو) قطع کرتی ہیں اور پورے شخص کا خیال اِن نقطوں کو ملانے والے خطوط کھینچنے سے حاصل ہوسکتا ہے جیسا کہ پلیٹ ۳۷ میں بطور نمونہ دکھایا گیا ہے۔ یہاں ام ن و، بکس ا م ن و کی تصویر ہے ۔

منظرہ تظلیل کا فن اب صرف اس امر پر مشتمل رہ جاتا ہے کہ نقاط ا، ب، م، ن، لا وغیرہ، شخص کے نقطوں کی تصویروں ا، ب، م، ن، لا وغیرہ کو تصویری مستوی میں صحیح طور پر حاصل کرنا آجائے ۔ شکلوں اور مجسموں کو اُن کے کونوں پر کے نقطوں سے اور سیدھے یا منحنی خطوط سے جو ان نقطوں کو ملائیں تعبیر کیا جاسکتا ہے ۔ لہذا اگر ہم صاف طور پر یہ سمجھ لیں کہ کسی شئے میں کسی نقطہ کی تصویر کس طرح کھینچی چاہیے تو کل باتیں واضح ہوجائینگی ۔ ظاہر ہے کہ کسی منحنی خط کی تصویر کھینچنی ہو تو اس کے اندر متعدد نقطوں کی تصاویر کو دریافت کرنا ضروری ہوگا ۔ مگر خط مستقیم کی تصویر کھینچنی ہو تو اس کے اندر کوئی دو نقطے دریافت کرنا کافی ہوگا ۔ نقشہ کش عموماً متعدد سہولتیں اِن کے اندر پیدا کر لیتے ہیں مگر یہ فن جیسا کہ اوپر ذکر آچکا ہے صرف اسی پر مبنی ہے کہ کسی نقطہ کی

تصویر کھینچی جائے یعنی تصویری مستوی میں اس کے صحیح مقام پر اس کو رکھا جائے۔

تعریفات

نظری شعاعیں ــــ یہ وہ خطوط یا شعاعیں ہیں جو آنکھ کی طرف شخص کے ہر ایک نقطہ میں سے مستدق ہوتی ہیں پلیٹ ۳۰ میں ان کو ا ی اور د ی سے تعبیر کیا گیا ہے۔

تصویری مستوی ــــ یہ وہ مستوی ہے جس کے متعلق یہ فرض کیا جاتا ہے کہ تمام نظری شعاعیں اسی کو قطع کرتی ہیں اور منظرہ خطوط اسی پر کھینچے جاتے ہیں۔ سہولت کی غرض سے اس کو انتصابی تصور کیا جاتا ہے۔ یہ "تصویری مستوی" ہے۔

مقامی نقطہ ــــ جس نقطہ تک نظری شعاعیں (فرض کیا جاتا ہے) کھینچی جاتی ہیں، وہ مقامی نقطہ کہلاتا ہے، یا بالفاظِ دیگر وہ نقطہ ہے جہاں کہ مشاہد کی آنکھ واقع ہوتی ہے۔ پلیٹ ۳۰ میں اس کو ی سے تعبیر کیا گیا ہے۔

خطِ نظر ــــ چونکہ ایک ہی شخص کو مختلف نقطوں سے دیکھنے سے مختلف تصویریں حاصل ہونگی۔ اس لیے ظاہر ہے کہ ایک تصویر کے کھینچنے کے لیے ہم کو اُن شرائط کا دیا جانا ضروری ہے جن کے تحت شخص واضح طور پر ثابت (Fixed) نظر آسکے۔ اس غرض کے لیے خطِ نظر جو ایک اُفقی خط ہوتا ہے استعمال ہوتا ہے جو پلیٹ ۳۰ میں ی س ف ف سے تعبیر کیا گیا ہے۔ یہ مصور کے سامنے بالکل سیدھ میں ہوتا ہے۔ مگر اس کے لیے ضروری نہیں ہے کہ تصویر کی مرکزی نظری شعاع کی طرح ہو جائے جو اس کے اُوپر یا نیچے ہوسکتی ہے۔ اس سے معلوم ہوگا کہ خطِ نظر، تمام تصویروں میں ایک ثابت خط ہے اور پیمائش کی غرض سے اس کا حوالہ دیا جاسکتا ہے۔

نقطۂ نظر ــــ پلیٹ ۳۰ میں نقطہ س جس میں کہ خطِ نظر تصویری مستوی کو قطع کرتا ہے، نقطۂ نظر کہلاتا ہے۔

اُفقی مستوی ــــ یہ ایسا مستوی ہے جس کے متعلق یہ فرض کیا جاتا ہے کہ

اُفقی خطِ نظر ی س ف میں سے گزرتا ہے اور تصویری مستوی کو اُفقی خط ا خ میں قطع کرتا ہے جو اُفق یا اُفقی خط کہلاتا ہے۔ اس طرح ی، ہ، ل، ف، ا، ...، ... وغیرہ، یہ سب اُفقی مستوی کے نقاط ہیں اور ہر نقطہ اُفقی خط کا تصویری مستوی اور اُفقی مستوی دونوں میں واقع ہوتا ہے۔

زمینی مستوی

جس مستوی پر شخص واقع ہوتا ہے اُس کو اُفقی فرض کیا جاتا ہے اور یہ "زمینی مستوی" سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

زمینی خط

تصویری مستوی اور زمینی مستوی کا خطِ تقاطع، زمینی خط کہلاتا ہے اور پلیٹ ۳۷ میں اس کو ت ع سے تعبیر کیا گیا ہے۔

مرکزی نظری شعاع

اگر طالب علم کسی شخص کا کوئی حصہ یا کسی خطہ کا وہ حصہ جو تصویر کی غرض سے اس کو اپنے مقام سے نظر آئے معین کر لے تو اس کے مرکزی نقطہ سے اُس کی آنکھ کو ملانے والا خط "مرکزی شعاع نظر" کہلاتا ہے اور اس کی آنکھ ۳۰° میں اس خط کے گرد مساوی طور پر دیکھ سکیگی۔ له خطِ نظر (جو کہ اُفقی ہے) کے لیے یہ ضروری نہیں ہے کہ وہ مرکزی شعاع سے منطبق ہو جائے مگر ظاہر ہے کہ اس کا ٹھیک اوپر یا نیچے ہونا ضروری ہے۔ اکثر مناظر میں، اُفقی خط ا خ تصویر کے زیریں حصہ سے تقریباً تصویر کی بلندی کا ایک تہائی حصہ اوپر ہوتا ہے۔ مگر جب کسی اونچے مقام مثلاً پہاڑی وغیرہ سے نیچے کے میدانوں کے منظر حاصل کیے جائیں تو اُفقی خط تصویر کے ...کے اندر تک بھی نہیں آتا۔ لیکن تمام صورتوں میں نظر کا اُفقی خط ایک ثابت خط ہے جو تمام پیمائشوں کے لیے اساسی قرار دیا جاتا ہے۔

له اس باب کے آخر میں تفصیل سے اس کے متعلق بحث کی گئی ہے۔

منظرہ تظلیل پیمائش سے

اب ہم کو تصویر کے ہر نقطہ کی پیمائش کے لیے آسان طریقے حاصل ہو چکے ہیں۔ نقطہ ا کو لو (پلیٹ ۴۷) ا ا افقی مستوی تک سیدھا جاتا ہے یعنی کسی نقطہ کی صورت میں، اس کی بلندی، نیچے سے فاصلہ ناپ کر دریافت کی جاتی ہے اور نقطہ پ کی صورت میں افقی مستوی سے اوپر اس کا فاصلہ ناپ کر دریافت کی جائیگی۔ پ کی اس حالت میں ا ف سے جو خطِ نظر ک ف کے علی القوائم ہے پ کا مقام قاعدہ کے بازو معلوم ہو جاتا ہے اور ف ی یا ف ی، پ کا فاصلہ آنکھ سے بتاتے ہیں۔ تمام ایسے نقطوں کی پیمائشات جو تصویری مستوی پر منظر میں واقع ہوں اسی طریقہ سے معلوم کی جا سکتی ہیں اور ان تینوں پیمائشوں میں سے ایک اگلی (ی ف یا ی ف)، دوسری جانبی (ا ف یا ف ک) اور تیسری انتصابی (ا ا یا ک پ) کہلاتی ہیں۔ تمام اگلی پیمائشیں خطِ نظریہ اور جانبی پیمائشیں افقی مستوی پر داہنی یا بائیں جانب ہوتی ہیں۔ انتصابی پیمائشیں اوپر یا نیچے کی جاتی ہیں۔

ہم اس سے پہلے یہ بتا چکے ہیں کہ تصویر کی جسامت، تصویری مستوی کے مقام پر منحصر ہوتی ہے۔ یہ اگرچہ بہت سیدھی سادی بات ہے مگر اکثر دفعہ اس کے متعلق بڑی دقت محسوس ہوتی ہے۔ پلیٹ ۴۷ سے یہ صاف طور پر واضح ہوگا کہ اگر تصویری مستوی نقطہ ی اور انتصابی خط ا م کے درمیان واقع ہو تو تصویر ا م، ا م کا نصف ہوگی اور اگر ہم بعض کسی نقشہ کو کھینچ رہے ہوں تو نقشہ میں بھی ا م کا نصف ہوگی۔ اس طرح اگر تصویری مستوی ی سے ی ف کے چوتھائی فاصلہ پر ہو تو ا م کی تصویر بھی چوتھائی ہو جائیگی باقی کو اسی طرح قیاس کر لو۔ لہذا ایک ایسے منظر میں جس میں متعدد اشیاء موجود ہوں مصور ہمیشہ اس امر کا تصفیہ پہلے کر لیتا ہے کہ کسی خاص شئے کی اصلی جسامت کا کونسا حصہ اس کو کھینچنا ہوگا پھر اسی نسبت سے وہ اپنے تصویری مستوی کو لیتا ہے۔ اگر وہ حقیقی اشیاء کی تصویر کھینچ رہا ہے تو یہ ظاہر ہے کہ ان کو کاغذ پر

اُتارنے کے لیے اصلی جسامت سے بہت چھوٹے پیمانہ پر ان کو کھینچنا ہوگا اور اس صورت
میں تصویری مستوی کا اُس کی آنکھ کے بہت قریب ہونا ضروری ہوگا۔ اور وہ تمام
اشیا جن کو وہ اپنے نقشہ میں دکھانا چاہتا ہے غالباً تصویری مستوی کے باہر رہ جائینگی۔
لیکن اکثر دفعہ جب کہ صحیح منظرہ نقشوں کو کھینچنے کی ضرورت ہوتی ہے یہ حقیقی اشیاء سے
نہیں بنائے جاتے بلکہ ایسے نقشوں سے بنائے جاتے ہیں جن کو حقیقی جسامت سے
بہت چھوٹا بنایا جاتا ہے اور تصویری مستوی کو کسی ایک شئے کی تصویر کے ایک
کونے میں گزرتے ہوئے دکھایا جاسکتا ہے اور اس صورت میں اِس کونے کی تصویر
کی جسامت نقشہ میں کی جسامت کے مساوی ہوگی۔ اور آنکھ اور تصویری مستوی کے
درمیان تمام اشیا، نقشہ کی (جس سے کہ تصویر کھینچی جاتی ہے) حقیقی جسامت سے
بڑھ کر نظر آئینگی۔ اس کی تفصیل آگے چل کر معلوم ہوگی مگر طالبِ علم کو یہ نہیں تصور
کرنا چاہیے کہ کوئی شئے مثلاً ض جو تصویری مستوی کے اِس جانب ہو، تصویر
میں نہیں شامل کی جاسکتی۔ اس امر کو یاد رکھنا چاہیے کہ تصویری مستوی کے
مقام کو قائم کرنا تصویر کے پیمانہ کو ترتیب دینے کا طریقہ ہے۔

مصور کے مقام میں تھوڑا سا بھی فرق یا منظر سے ی کے فاصلہ میں
خفیف سی بھی تبدیلی، یا ی سے خطِ نظر کی سمت کا بدل جانا، یہ ایسی باتیں ہیں
کہ اِن کی وجہ سے فوراً ایک نیا منظر پیدا ہوتا ہے اور ایک نئی تصویر پیشِ نظر
ہوجاتی ہے۔ مگر ایک نقطہ ی، اور خطِ نظر کی ایک سمت سے کسی ایک شخص یا
منظر کی صرف ایک ہی تصویر ہوسکتی ہے۔

پلیٹ ۳۷ پر غور کرو۔ بہ آسانی اس میں یہ معلوم ہوسکتا ہے کہ ج س
جو ا، ف کی تصویر ہے اُس کے متوازی ہے اور حقیقی جسامت ا، ف
سے وہی نسبت رکھتا ہے جو ی س، ی ف سے رکھتا ہے۔ اسی طرح
ج د، ا، ا کے متوازی ہے اور ج د : ا، ا :: ی ج : ی ا یا ی س : ی ف
یہ بھی وہی پہلے ہی کی نسبت ہے۔ اور چونکہ ا، ف اور ا، ا
تصویر کے متوازی کسی خطِ مستقیم کے لیے لکھا جاسکتا ہے لہذا مندرجہ ذیل
عام کلیہ حاصل ہوتا ہے۔

کلیہ (۱) — تصویری مستوی کے متوازی کسی خطِ مستقیم کی تصویر، تصویری مستوی کے متوازی ہوتی ہے اور اپنے صحیح طول سے وہی نسبت رکھتی ہے جو کہ آنکھ سے تصویری مستوی کا فاصلہ، خط کے سامنے کی پیمائش کے ساتھ رکھتا ہے (یعنی مثلاً نقطہ ا کو لیا جائے تو ی س، ی ف کے ساتھ رکھتا ہے)۔

ایسے خطوط کے لیے جو تصویری مستوی کے متوازی نہیں ہوتے (مثلاً ا ب) چونکہ اس کا ہر ایک چھوٹا حصہ تصویری مستوی سے مختلف فاصلے پر ہوتا ہے اس لیے اس کے فاصلہ کے مطابق اس کا چھوٹا ہونا بھی بدلیگا مثلاً دُور کے نصف کی تصویر، نزدیک کے نصف کی تصویر سے چھوٹی ہوگی اس لیے اس چھوٹے ہونے کے متعلق کوئی قاعدہ نہیں ہو سکتا۔ اور ہم صرف سروں کے دو نقطوں کی تصویریں دریافت کر کے ان کو ملا سکتے ہیں۔ منحنی خطوط بھی خواہ یہ تصویری مستوی کے متوازی ہوں یا نہ ہوں، منحنی میں بہت سے نقطوں کی تصویریں دریافت کر کے اِن میں سے خطوط لینے سے کھینچے جا سکتے ہیں۔

ہم نے اب اتنی باتوں کی تشریح کر دی ہے کہ یہ ایک ایسے بکس کی (جو پلیٹ ۷۲ میں دکھایا گیا ہے) منظرہ تظلیل کو عملی طریقے سے شروع کرنے کے لیے بالکل کافی ہیں۔

مسئلۂ عملی ۲۵۹ — ایک بکس کی جو ۱۰ آ × ۱۵ آ × ۱۰ آ اونچا ہے منظرہ تظلیل کھینچنا ہے جب کہ اس کے رُخ ا ب اور ا د تصویری مستوی سے ۴۰° اور ۵۰° کے زاویے بنائیں۔ بکس کا قریب ترین کونا ا قائم نقطہ ی سے ۴۸ فٹ پر اور خطِ نظر کے بائیں جانب ۲۰ فٹ پر اور افقی مستوی کے نیچے

۲۵ فٹ پر ہے - پیمانہ $\frac{1}{100}$ (پلیٹ ۳۸ - شکل ۱) -

کاغذ کے نصف بالائی حصہ میں ایک خط کھینچو جو خطِ نظر کی تعبیر کرے اور نقطہ ی کو کاغذ کے نچلے رُخ کے قریب لو۔ ی ف کو ۴۸ فٹ کا بناؤ اور ف ا کو جو ی ف کے علی القوائم ہو ۲۰ فٹ کا لو۔ اِس سے بکس کے ایک کونے کے مقام کا تعین ہو جاتا ہے اور اب بکس کا سطحی نقشہ کھینچ لیا جا سکتا ہے۔ اب ہم کو تصویری مستوی کا تعین کرنا یعنی بالفاظِ دیگر تصویر کی جسامت کے متعلق فیصلہ کرنا ہوگا کہ وہ کس ناپ کی ہو۔

فرض کرو کہ ہم بکس کے قریب ترین انتصابی کنارہ ا ھ کی تصویر کو اصل کے $\frac{3}{4}$ حصہ کے مساوی بنانا چاہتے ہیں۔ ایسی صورت میں ہم کو چاہیے کہ نقطۂ نظر ن کو جہاں کہ خطِ نظر کو تصویری مستوی قطع کرتا ہے، ی ف کے $\frac{3}{4}$ فاصلہ پر (چونکہ یہ ۴۸ فٹ کا ہے) یعنی ی سے ۳۶ فٹ کے فاصلہ پر رکھیں۔ خط ا خ کو نقطہ ن میں سے کھینچو۔ تب ا خ حقیقی اُفقی خط ہے چونکہ وہ دونوں مستویوں میں واقع ہے۔

طالب علم کو چاہیے کہ پلیٹ ۳۷ میں دیکھ کر اس کا اطمینان کر لے۔

جو حروف اوپر لکھے گئے ہیں وہی پلیٹ میں بھی استعمال کیے گئے ہیں اور اس پلیٹ میں وہ تمام چیزیں دکھائی گئی ہیں جو اُفقی مستوی اور اُس کے اوپر یا نیچے آ سکتی ہیں۔ مثلاً نقطہ پ کے لیے سامنے کی پیمائش ۶۵ فٹ، بازو کی ۱۵ فٹ ہو سکتی ہے اور نقطہ پ، ک کے اوپر ہو سکتا ہے مگر جس طرح ا کی تعبیر ا، سے ہوتی ہے اُسی طرح پ کی ک سے ہوگی۔

ا ی کو ملاؤ۔ تب ا ھ اور ا، سے چلنے والی نظری شعاعوں کا سطحی نقشہ ا ی ہوگا۔ تصویری مستوی یا ا خ کو فرض کرو کہ ا ی نقطہ ج میں قطع کرتا ہے۔ تب یہ پلیٹ ۳۷ کا نقطہ ج ہوگا اور ل اور م اس کے عین نیچے ہوں گے۔

طالب علم کو یہاں اچھی طرح اس امر کو یاد رکھنا چاہیے کہ کاغذ اب کس طرح تصویری مستوی اور اُفقی مستوی کو تعبیر کرتا ہے۔ پلیٹ ۳۷ کو دیکھو۔ اس میں

ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں مستوی ا خ میں سے گزرتے ہیں۔ تھوڑی دیر کے لیے یہ فرض کرو کہ یہاں کسی چول پر یہ گھوم سکتے ہیں اور اُن کو اتنا گھمایا جاتا ہے کہ وہ مل جاتے ہیں۔ اور ایک ٹھیک دوسرے کے اوپر آجاتا ہے۔ ا خ میں کا کوئی نقطہ اپنی جگہ سے نہیں ہلیگا۔ لیکن ہم اگر یہ فرض کرلیں کہ اُفقی مستوی قائم ہے اور تصویری مستوی اُس کے گرد گھومتا ہے تو یہ معلوم ہوگا کہ کسی انتصابی پیمائشی خط کی تصویر (مثلاً ج ر کی) ا خ کے گرد اسی طرح گھومتی ہے جیسے کہ کسی محور کے گرد پہیے کا ارا (Spoke) گھومتا ہے اور اپنی پوری جسامت کو کاغذ پر بتاتی ہے۔ لہذا کاغذ کو ہم دونوں مستویوں کے لیے استعمال کرسکتے ہیں۔ اور تصویر ونیز اس کے سطحی نقشہ کو اس پر کھینچ سکتے ہیں۔ مگر دل میں ان کی علیحدہ علیحدہ شکلوں کا خیال بھی یوں قائم رکھ سکتے ہیں کہ عربی حروف ایک میں ہیں اور دوسرے میں چھوٹے حروف اور ان میں سے ایک حرف کو ایسے ہی دوسرے سے ہم اُس وقت تک خطوط سے نہیں ملا سکتے جب تک دونوں ایک ہی اُفقی مستوی میں ا، ج، اور ی کی طرح نہ واقع ہوں۔

اس سے ظاہر ہے کہ کاغذ کو تصویری مستوی فرض کیا جائے تو م اور ر، ج میں سے گزرنے والے ا خ کے علی القوائم خط پر واقع ہونگے اور ا خ کے نیچے ہونگے۔

ج سے ا خ پر ایک عمود ج ج کھینچو۔

چونکہ جو شرائط دیے گئے ہیں وہ یہ ہیں کہ بکس کا پیندا اُفقی، اور اُفقی مستوی سے ۲۵ فٹ نیچے اور بکس خود ۱۰ فٹ اونچا ہے۔ اس لیے ا ا، ۲۵ فٹ کا اور ا م ۱۵ فٹ کا ہوگا۔ تب ا سے ا خ پر ایک عمود کھینچو اور ا ا، = ۲۵ فٹ اور ا م، = ۱۵ فٹ کے دیے ہوئے پیمانہ پر بناؤ۔ ا، ی اور م، ی کو اس طرح ملاؤ کہ ج ج کو ر اور م میں قطع کرے۔ اس طرح ا م کا منظرہ نقشہ ر م حاصل ہو جائیگا۔

چونکہ ا ا، تصویری مستوی کے علی القوائم ہے اس لیے نقطہ ر کو دریافت کرنے کے لیے ج ر کو ایسا بنانا چاہیے کہ یہ ا ا، کے ساتھ وہی نسبت رکھے جو خط

ی ف ، ی ن کے ساتھ رکھتا ہے یا ح ، ج ، ی ا کے ساتھ۔ اسی طرح نقطہ م کے لیے ہمیں ج م کو ا ہ کے ساتھ اُسی نسبت کا بنانا ہوگا۔ متشابہ مثلثوں سے طالب علم پر یہ امر بخوبی روشن ہوجائیگا۔

اِسی طرح بکس کے دیگر تمام کونے دریافت کیے جاسکتے ہیں۔ مثلاً ی ب کو ملاؤ۔ اور یہ اخ کو نقطہ ب میں جہاں قطع کرتا ہے وہاں سے اخ پر عمود کھینچو۔ ب پر اس عمود کے متوازی ایک خط کھینچو اور ا کی صورتِ حال کی طرح ۱۵ فٹ ، ۲۵ فٹ کے فاصلے ناپ لو اور ان نقطوں کو ی سے ملاؤ اور اس طرح ن اور ب نقطوں کو حاصل کرو۔ منظرہ نقشہ کو مکمل کرلو۔ اس طرح پیمائش سے منظرہ تظلیل کے طریقہ کی کل باتیں معلوم ہوجاتی ہیں۔

یہاں طالب علم نے ایک پورے بکس کا نقشہ ایسے طریقہ سے کھینچا ہے جس سے وہ اس قابل ہوجائیگا کہ دی ہوئی شرائط کے مطابق کسی نقطہ یا کسی خط کا نقشہ کھینچ سکے۔ وہ یہ خیال کرسکتا ہے کہ یہ تمام خطوط اُفقی یا انتصابی ہیں اور اس طرح سے خاص صورتیں بن جاتی ہیں۔ مگر اس طریقہ میں کوئی چیز ایسی نہیں ہے جو خطوط کی اِس خاص صورت پر منحصر ہو۔ مثلاً فرض کرو کہ اک وہ خط ہوتا جس کی تصویر کھینچنا ہم کو مقصود ہوتا۔ یہ ایسی صورت ہے جس میں کسی طرح سے بھی کوئی خاص بات نہیں پیدا ہوتی۔ البتہ اِس میں دی ہوئی شرائط یہی ہیں کہ اس میں دو سرے ہیں جس طرح کہ تمام محدود خطوط میں ہوتے ہیں اور اگر یہ دونوں سرے دیے جائیں تو ہم ان کا نقشہ کھینچ سکتے ہیں۔

اس طریقہ سے مطلوب منظرہ تظلیل آسانی کے ساتھ حاصل ہوجاتی ہے۔ مگر اور طریقے بھی ہیں جو بعض شرائط کے تحت زیادہ سہل ہوتے ہیں۔ اِن سے ہم یہاں بحث کرینگے۔

منظرہ تظلیل وجہل نقطوں سے

قاعدہ (۱) میں ہم یہ بتا چکے ہیں کہ کسی شے کا فاصلہ مشاہد سے بڑھتا جائے تو شے نسبتہً گھٹتی جاتی ہے۔ دوسرا قاعدہ جس پر منظر نمائی کا دار و مدار ہے

یہ ہے کہ تمام متوازی خطوط ایک نقطہ پر ملتے ہوئے نظر آتے ہیں۔

اول الذکر کی بہت سی مثالیں عموماً آسانی سے ملتی ہیں۔ مثلاً ریل کی پٹریوں کو یا کسی لمبی سیدھی سڑک کے کناروں کو یا لمبی غلام گردش کے کونوں کے خطوط کو دیکھا جائے تو معلوم ہوتا ہے کہ وہ بہت دور ایک نقطہ پر پہنچ کر غائب ہو جاتے ہیں۔ فرض کرو کہ کوئی شخص مصور سے کسی سمت میں ایک خط مستقیم میں دور ہوتا جاتا ہے اور مکڑی کی طرح اپنے جسم اور اعضاء کے مختلف کونوں سے تار پیچھے چھوڑتا جاتا ہے۔ یہ سب متوازی خطوط ہونگے۔ اور اگر شخص مذکور کافی دور جا بنے تو ایک ذرہ کی طرح اوجھل ہونے لگیگا اور یہ تمام خطوط ملتے ہوئے نظر آئینگے جس طرح کہ پلیٹ ۳۶ شکل ۳ میں بتایا گیا ہے۔ اور چونکہ اس کو کسی جسامت کا بھی تصور کیا جا سکتا ہے تاکہ چلنے کے شروع میں تاروں کو کسی فاصلہ پر لیا جا سکے اس لیے یہ ثبوت ہے اس بات کا کہ تمام متوازی خطوط ایک نقطہ پر اوجھل ہوتے ہوئے معلوم ہوتے ہیں۔

مستویوں کے متعلق بھی یہی کہا جا سکتا ہے کہ وہ بھی خطوط میں اوجھل ہوتے ہیں۔ مگر ہندوستان کے میدانوں یا سمندر کی معروف مثالوں کے سوا جو دیکھنے سے اُفق میں ختم ہوتے ہوئے یا اوجھل ہوتے ہوئے معلوم ہوتے ہیں اس وقت اس کے متعلق ہم کچھ زیادہ نہیں کہنا چاہتے۔

منظرہ تصغیر کے متعلق یہ کہا جا سکتا ہے اور یہ بالکل ظاہر ہے کہ جب کوئی شخص اوجھل ہونے کے قبل نصف فاصلہ طے کر لیتا ہے تو پہلے سے نصف جسامت کا معلوم ہوتا ہے اور جب اُس سرے سے یا اِس سرے سے تین چوتھائی حصہ دور ہوتا ہے تو پہلے سے رُبع جسامت کا نظر آتا ہے۔

پلیٹ ۳۷ میں ایک خط م ب فرض کرو جو کوئی دو نقطوں م اور ب میں سے گزرتا ہے (اور کوئی خاص صورت اِس سے پیدا نہیں ہوتی)۔ اس خط کو کسی فاصلہ تک خارج کرو۔ ی سے ایک خط اس کے متوازی اس طرح کھینچو کہ یہ تصویری مستوی کو و میں ملے۔ اس خط کو پابندہ کہہ سکتے ہیں چونکہ یہ و کو دریافت کرتا ہے جو م ب کا اور اس کے متوازی تمام خطوط کا ا - ن (اوجھل نقطہ ہے)۔

جب کبھی ہم یہ کہیں کہ وٗ مرب کا ا ۔ ن ہے تو اس کا مطلب یہ ہوگا کہ مرٗ
مرپ (دُور تک) خارج شدہ کی تصویر ہے یعنی خط مرپ کی تصویر ہے جو بڑھانے
سے وٗ کے پاس اوجھل ہو جاتی ہے ۔

اس کے ثابت کرنے کے لیے اس پر غور کرو کہ مرپ اور اس کے "یابندہ"
ی وٗ کے درمیان فاصلہ گو ہمیشہ یکساں رہیگا لیکن جیسے جیسے خطوط زیادہ بڑھتے
لگینگے، مصور کو چھوٹے ہوتے ہوئے نظر آئینگے حتیٰ کہ وہ اوجھل ہو کر کچھ بھی نہیں
رہینگے اور اس طرح سے اس کو یہ معلوم ہوگا کہ یہ مل جاتے ہیں جس طرح کہ
پلیٹ (۳۶) شکل ۳ میں دکھایا گیا ہے ۔

مگر قابلِ غور یہ امر ہے کہ "یابندہ" کی تصویر کیا ہے ۔ سوائے نقطہ وٗ
کے اَور کچھ نہیں ہو سکتی ۔ لہذا خطوط نقطہ وٗ پر ملتے ہوئے نظر آتے ہیں ۔

کوئی دُوسرا خط جو مرپ کے متوازی ہو وٗ تک جائیگا ۔ اس کی وجہ یہ
ہے "یابندہ" اس کے متوازی کھینچا گیا ہے اور یہی وجہ اس کے اور نیز مرپ کے
لیے بھی صادق آتی ہے ۔ لہذا حسب ذیل قاعدہ کلیہ حاصل ہوتا ہے :۔

قاعدہ (۲) :۔ ایسے تمام خطوط جو دیکھنے میں متوازی ہوں، تصویریں
ایک نقطہ پر اوجھل ہوتے ہوئے نظر آتے ہیں ۔ اور یہ نقطہ وہ ہے جہاں کہ
اِن خطوط کے متوازی کوئی خط جو مصور کی آنکھ سے کھینچا جائے تصویری مستوی
کو قطع کرتا ہے ۔ اسی قاعدہ سے تصویری مستوی کے متوازی خطوط کی ا ۔ ن
(اوجھل نقطہ) حاصل ہوتا ہے ۔ اس کا سبب یہ ہے کہ ایسے خطوط کے "یابندے"
چونکہ تصویری مستوی کے لازمی طور پر متوازی ہوتے ہیں لہذا اِس کو کبھی بھی قطع
نہیں کر سکتے ۔ اس لیے ایسے خطوط کا کوئی اوجھل نقطہ نہیں ہوتا ۔ یعنی اُن کی
تصویریں مستدق نہیں ہوتیں اور ان کو ہمیشہ خود اصلی خطوط کے متوازی کھینچنا
ہوتا ہے ۔

اس عام قاعدہ کو معلوم کر لینے کے بعد ہم اُفقی خطوط کی خاص صورت سے
بحث کر سکتے ہیں ۔ کسی اُفقی خط کا یابندہ، اُس کے متوازی ہونے کی وجہ سے
لازمی طور پر اُفقی ہوگا لہذا اُس کا اُفقی مستوی ہونا ضروری ہے ۔ اس طرح یہ کا غذیہ

کھینچا جا سکتا ہے اور تصویری مستوی کو اُفقی خط میں ملیگا۔ لہٰذا کسی اُفقی خط کا ا۔ ن، ہمیشہ اسی اُفقی خط میں ہوگا۔ اس لیے ا ب (پلیٹ ۳۷) اور اس کے متوازی تمام خطوط کے لیے پابندہ ی ع ہوگا جو ا ب کے متوازی ہے اور اس کا ا۔ ن، ع ہوگا جہاں کہ وہ ا۔ خ سے ملتا ہے۔

تصویری مستوی کے علی القوائم تمام اُفقی خطوط کا ا۔ ن، نقطۂ نظر ہوگا کیونکہ ی س تصویری مستوی کے علی القوائم کھینچا گیا ہے۔ اس لیے اس صورت میں یہ "پابندہ" ہے۔

مذکورۂ بالا استدلال کا اطلاق ایسی صورت میں بھی پورا پورا ہوتا ہے اگر ہم مستوی کے بجائے خط اور خط کے بجائے "نقطہ" اس میں لکھ دیں۔

قاعدہ۔ تمام متوازی مستوی ایک خط میں اوجھل ہوتے ہیں اور یہ خط وہ ہوتا ہے جس میں کہ ان کے متوازی ایک مستوی (جو مصور کی آنکھ میں سے گزرتا ہے) تصویری مستوی کو قطع کرتا ہے۔

اس طرح کسی اُفقی مستوی کا پابندہ خود ایک اُفقی مستوی ہوتا ہے اور یہ تمام ایک اُفقی خط میں اوجھل ہونگے۔ یہی وجہ ہے کہ ہندوستان کے میدانوں میں یا سمندر میں سطح، اُفق تک جا کر ختم ہوتی ہوئی نظر آتی ہے۔

علی ہٰذا القیاس انتصابی مستوی وغیرہ بھی، انتصابی خطوط میں اوجھل ہونگے۔

محدود مستوی مثلاً فرش، چھت اور کسی لمبی غلام گردش کے بازو، وغیرہ، ظاہر ہے کہ اس نقطہ پر اوجھل ہونگے جس میں کہ ان کے محدود کرنے والے خطوط اوجھل ہوتے ہیں۔

یہ کہنا عین صحیح نہیں ہے کہ سمندر کا اُفق، اُفقی خط سے منطبق ہو جاتا ہے۔ اگر مصور کسی اونچے مقام پر کھڑا ہو کر دیکھے تو دونوں میں فرق اس کو محسوس ہو سکتا ہے۔ اس بات کو سمجھنے کے لیے یہ یاد رکھنا چاہیے کہ زمین کی یا سمندر کی سطح کے ساتھ (جہاں سے کھڑا ہو کر اس کو دیکھا جاتا ہے) اُفق ہمیشہ مماس ہوتا ہے۔ اور ظاہر ہے کہ سطح سمندر ایک اُفقی مستوی نہیں ہوتی لیکن اس سے یا دیگر چھوٹے چھوٹے امور سے تصویر کشی پر اثر نہیں ہوتا اور لہٰذا نظر انداز کر دیے جاتے ہیں۔

ہم یہاں پہلے یہ بتائینگے کہ کسی نقطہ کی منظرہ تظلیل کس طرح حاصل ہو سکتی ہے اور پھر اُسی بکس کو جو مسئلہ عملی ۲۵۹ میں دیا گیا تھا، اور اس کے ساتھ شرائط بھی وہی ہوں، اوجھل نقطوں کی مدد سے کھینچینگے۔

مسئلہ عملی ۲۶۰ ۔۔۔ کسی انتصابی خط ا م (بلندی = ب) کے کسی نقطہ ا کی منظرہ تظلیل کھینچنا۔ نقطہ ا، نقطہ قیام سے ۲ انچ پر اور خطِ نظر سے بائیں جانب ۱۵ء۱ انچ پر، اور اُفقی مستوی سے ۱ انچ نیچے واقع ہے۔ (پلیٹ ۳۸ ۔ شکل ۲)۔

ی، نقطۂ مقام، ی س خطِ نظر اور ا خ اُفق، اور ا دیے ہوئے نقطہ کا سطحی نقشہ (معلوم شرائط کے مطابق) کھینچ لو۔

زمینی مستوی کا استعمال جو خط ز خ سے تعبیر کیا گیا ہے یہاں ہم کو معلوم ہوگا۔ یہ ا خ سے ایک انچ نیچے دیے ہوئے شرائط کے مطابق کھینچا جائیگا۔ ا کا منظرہ تین سادہ طریقوں سے حاصل کیا جا سکتا ہے:۔

پہلا طریقہ ۔۔۔ ا میں سے دو خطوط کھینچو جو ا خ کو ت اور ل میں آملیں۔ اِن خطوط کو زمینی مستوی میں فرض کرکے ان کے اوجھل نقطے ع اور ع۲ دریافت کرو۔ اِس غرض کے لیے ی ع کو ا ت کے اور ی ع۲ کو ا ل کے متوازی کھینچو۔ اُفقی خطوط کے اوجھل نقطے دریافت کرنے کے متعلق جو قواعد بیان ہو چکے ہیں اُن کے لحاظ سے اِن کو ا خ میں ہونا چاہیے۔ ت اور ل کے سطحی نقشوں ت۱ اور ل۱ کو ز خ میں دریافت کرو اور ت۱ ع۱ اور ل۱ ع۲ کو ملاؤ۔ تب یہ دونوں خطوط ا ت اور ا ل محدودہ کے منظرے ہیں۔ لہذا ان کا نقطۂ تقاطع، ا کا مطلوبہ منظرہ ہوگا۔

اس کا پلیٹ ۳۷ سے مقابلہ کرو۔ یہاں سوائے ا۱ جو اُفقی مستوی پر ا کے سطحی نقشہ کی تعبیر کرتا ہے دیگر تمام حروف ایک ہی ہیں۔ کوئی دو خطوط ا ل اور

ا ت ایسے کھینچے گئے ہیں جو ا خ کو ل اور ت میں قطع کرتے ہیں اور ان کے سطحی نقشے نر خ پر ل اور ت ہیں۔ خطوط ا ت اور ا ل کے اوجھل نقطے ع اور ع ہیں۔ یابندہ ی ع، ا ت کے متوازی اور یابندہ ی ع ا ل کے متوازی ہے۔ ل ع اور ت ع کو ملانے سے نقطہ ا کا منظرہ ان دونوں خطوط کے تقاطع پر ملیگا۔

دوسرا طریقہ۔ پلیٹ (۳۸) شکل ۲ میں پہلے کی طرح ا میں سے کوئی خط ا ت کھینچ کر اس کا اوجھل نقطہ ی ع دریافت کرو۔ ا میں سے ا خ کے علی القوائم ایک خط ا لا کھینچو۔ اب ا لا ایک اُفقی خط ہے جو تصویری مستوی کے علی القوائم ہے اور اس کا اوجھل نقطہ س نقطۂ نظر ہے۔ نقطہ لا کا سطحی نقشہ لا دریافت کرو۔ لا س کو ملاؤ اس طرح کہ ت ع کو ا میں قطع کرے۔ اس کا پلیٹ ۳۷ سے مقابلہ کرو۔ یہاں ا لا ا خ پر عمود کھینچا گیا ہے۔ لا کا سطحی نقشہ نر خ پر لا ہے۔ اگر لا کو س سے ملا دیا جائے تو یہ ت ع کو ا میں قطع کریگا۔

تیسرا طریقہ۔ پلیٹ (۳۸) شکل ۲ میں پہلے کی طرح کوئی خط ا ت ا میں سے کھینچو اور اس کا منظرہ ت ع کھینچ لو۔ ا ی کو ملاؤ اس طرح کہ ا خ کو ج میں قطع کرے۔ تب اسے ی تک نظری شعاع کا سطحی نقشہ ا ی ہوگا۔ نر خ پر ج سے ج تک ایک عمود کھینچو۔ تب ج منظرہ میں ا کا سطحی نقشہ ہوگا۔ وہ نقطہ جہاں ج ج ت ع کو قطع کرتا ہے وہ ہوگا اور یہی ا کا منظرہ ہوگا۔

اس کا مقابلہ پلیٹ (۳۷) سے کرو۔ اسی چیز کو یہاں تصویر میں بتایا گیا ہے، اُفقی مستوی میں ا کا سطحی نقشہ ا ہے۔

ایک انتصابی خط ا م کا منظرہ جس کی بلندی ب ہو دریافت کرنا:۔

ہم کو یہاں ا پر ایک عمود کھینچنا ہوگا جس کی حقیقی بلندی ب ہوگی۔

ا میں سے کوئی خط ایسا کھینچو جو ا خ کو ع میں اور نر خ کو ل میں قطع کرے۔ ل پر ل ر ایک عمود ب کے مساوی کھینچو۔ ر ع کو ملاؤ، اور ا میں سے ایک انتصابی خط ایسا کھینچو جو ر ع کو م میں قطع کرے۔ تب ا م خط ا م کا (جس کی بلندی ب ہے) مطلوبہ منظرہ ہوگا جو تمام دیے ہوئے شرائط کے مطابق ہوگا۔

اس عمل کے وجوہ ظاہر ہیں۔ چونکہ ل ع۲ اور ر ع۲ ایسے خطوط ہیں جن کا اوجھل نقطہ اُفق میں ع۲ ہے لہذا یہ متوازی اور اُفقی خطوط کے منظرے ہیں۔ اس لیے ۱ م منظرہ میں ل ر کے متوازی اور مساوی ہے جو ب کے مساوی بنایا گیا تھا۔ پس ۱ م کی بلندی ب ہوگی۔ خط ل ع۲ کہیں بھی کھینچا جائے اس سے کوئی فرق نہیں واقع ہوتا۔ ل میں سے ایسا کوئی بھی خط کھینچا جائے جو ا خ میں اور نہ خ میں ختم ہو تو کافی ہے۔ اس کا نقشہ پلیٹ (۳۷) میں دکھایا گیا ہے جہاں ل ر، ۱ م کے مساوی بنایا گیا ہے اور خط ر ع۲ نقطہ گ میں سے گزرنے والے عمود پر خط ۱ م کو قطع کرتا ہے جو ۱ م کا مطلوبہ منظرہ ہے۔

مسئلۂ عملی ۲۶۱ —— ایک بکس کا منظرہ، اوجھل نقطوں کی مدد سے انھیں شرائط کے تحت کھینچنا جو مسئلۂ عملی ۲۵۹ میں دیے گئے ہیں۔ پیمانہ $\frac{1}{100}$ (پلیٹ ۳۸۔ شکل ۳)۔

ا خ، ی اور س اور بکس کا سطحی نقشہ پہلے کے مطابق کھینچ لو۔ بکس کا پیندا دیے ہوئے شرائط کی رُو سے اُفقی سطح سے ۲۵ فٹ نیچے ہوگا۔ نہ خ کو ا خ کے متوازی اور اس سے ۲۵ فٹ کے فاصلہ پر کھینچو۔

اس سے قبل کے مسئلۂ عملی میں بتائے ہوئے طریقوں میں کے کسی ایک طریقہ سے ا کا منظرہ ہم حاصل کر سکتے ہیں۔

ا ی کو اس طرح سے ملاؤ کہ ا خ کو ج میں قطع کرے اور نقطہ ج کی نہ خ پر ج، میں تظلیل کرو۔ ب ا کو اتنا بڑھاؤ کہ ا خ کو ت میں ملے۔ ت کا سطحی نقشہ ت، حاصل کرو۔ ا ت کا اوجھل نقطہ ع، دریافت کرو۔ وہ نقطہ جہاں کہ ت ع، اور ج ج، متقاطع ہوتے ہیں ا کا منظرہ ۱ ہوگا۔ خط ب کا منظرہ ۱ ع، میں واقع ہے اور ب ی کو ملا کر نقطہ ب سے (جہاں کہ شعاع ب ع کا سطحی نقشہ ا خ کو قطع کرتا ہے) ا خ پر عمود کی تظلیل کرنے سے نقطہ ب حاصل ہوتا ہے۔

اسی طریقہ سے نقاط ج اور د بھی حاصل کیے جا سکتے ہیں۔
م کو حاصل کرنے کے لیے کوئی خط ع ل، نقطہ و میں سے ایسا کھینچو جو اخ اور خ پر ختم ہو۔ ل پر ایک عمود کھینچو اور ل کو ۱۰ فیٹ یعنی بکس کی بلندی کے مساوی بناؤ۔ ع کو ملاؤ اس طرح کہ ج ج کو م پر قطع کرے۔ بکس کے منظرہ کی تکمیل کرلو۔ اس عمل کو پلیٹ ۳۷ کے ساتھ مقابلہ کرکے دیکھو۔

ترچھے خطوط کے اوجھل نقطے

اب تک ہم نے اُفقی خطوط کے اوجھل نقطوں سے بحث کی ہے جو لازماً اخ میں واقع ہوتے ہیں۔ یہاں ہم ترچھے خط کے اوجھل نقطے دریافت کرنے کے طریقوں کو بتائینگے یعنی کس طرح وہ نقطہ دریافت کیا جاتا ہے جس میں کہ ایک ترچھا خط تصویری مستوی کو قطع کرتا ہے۔ پلیٹ ۳۷ میں م پ کے لیے یہ بہت واضح طور پر بتایا گیا ہے۔ یہاں "پابندہ" ی و ہے جو ی سے م پ کے متوازی اس طرح کھینچا گیا ہے کہ تصویری مستوی کو و میں قطع کرے۔ اس ی و کا سطحی نقشہ اُفقی مستوی میں ی ک ہے اور ک و، خط ی و کی بلندی ہے جو اُفقی فاصلہ ی ک میں حاصل ہوتی ہے جب کہ ی و اور م پ کا میلان مساوی ہوتا ہے۔ تصویری مستوی کے باہر ہم کو یہ خط درکار نہیں ہے۔ صرف نقطہ و کو معلوم کرنا ہمارا مقصد ہے

یادداشت — ی و نقشہ کے بہت باہر ہے۔ اس کو حقیقت میں م پ کے متوازی ہونا چاہیے اور تصویری مستوی سے ملنے کے قبل داہنی جانب کاغذ کے باہر نکل جائیگا مگر اس سے تفہیم میں کوئی دقت نہیں ہوتی۔

پلیٹ (۳۸) شکل ۱ میں مثال کے طور پر خط ا ع کو لو۔ اس خط کا سطحی نقشہ ا د ہے۔ ا د کے متوازی ی ع کھینچو۔ یہ پابندہ کا سطحی نقشہ ہوگا جس کو مستوی ا م ع د کے متوازی انتصابی مستوی میں ہونا ضروری ہے ہم کو اب صرف بلندی ع و دریافت کرنی ہے۔ یہ ہم جانتے ہیں کہ ع د کا ارتفاع ۱۵ فٹ میں ۱۰ فٹ ہے (یا دیگر صورتوں میں میلان کا زاویہ درجوں میں دیا جائیگا)

ی ع۲ پر ایک مثلث قائم الزاویہ ع, وَی ایسا کھینچو کہ جس کی بلندی اور قاعدہ میں ۱۰ : ۱۵ اکی نسبت ہو۔ ع۲ و کو ع۲ وَ کے مساوی اور ا خ کے علی القوائم کھینچو تب و خط ا ۶ کا اوجھل نقطہ ہوگا۔ اس امر کو یہاں یاد رکھنا چاہیے کہ ہم ی اور و کو اس لیے نہیں ملا سکتے۔ کہ وہ کاغذ کے دو مختلف ٹکڑوں پر ہیں جیسا کہ پلیٹ (۴۷) کو دیکھنے سے ظاہر ہوگا۔

وَ کے استعمال کے لیے و وَ کو ملاؤ۔ یہ خط ا ۶ کا غیر محدود منظرہ ہوگا اور م ع۲ کو ہ میں قطع کریگا جس سے نقطہ ۶ کا منظرہ حاصل ہو جائیگا۔

کاغذ کے باہر اوجھل نقطوں کا واقع ہونا

اکثر دفعہ مطلوبہ اوجھل نقطے کاغذ کے باہر واقع ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر پلیٹ (۴۸) شکل ۲ میں خط ر ب کو لو۔ ی ن کو اس کے متوازی کھینچو یعنی کاغذ کی حد تک اس کا پابندہ کھینچ لو۔ ا خ میں کسی نقطہ سے ایک خط ل ن ایسا کھینچو جو ی س کے متوازی ہو۔ اب ی س کو اور ن ل کو کسی تعداد کے مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ان کو اوپر سے نیچے عددوں کو لکھ کر شمار کرو۔ تب دونوں پیمانوں پر ایک ہی عدد میں سے گزرنے والا کوئی خط ر ب کے اوجھل نقطہ تک جائیگا۔

پیمائشی نقطوں سے منظرہ

اِس طریقہ کی ایک اچھی خصوصیت یہ ہے کہ اگر تمام ابعاد دیے جائیں تو کسی سطحی نقشہ کے کھینچنے کی ضرورت نہیں رہتی۔ اور پیمائش کرنے کے لیے سطحی نقشہ کو علیحدہ کسی کاغذ کے ٹکڑے پر رکھا جا سکتا ہے۔ مگر ساتھ ہی ساتھ اس طریقہ میں خرابی یہ ہے کہ اس میں غلطی ہو جانے کا زیادہ امکان ہوتا ہے۔ اس میں زیادہ خطوط کھینچنے ہوتے ہیں۔ اور اگر کہیں غلطی ہو جائے تو اس کو دریافت کرنا یا اس کی تصحیح کرنا بڑا مشکل کام ہے۔ پہلے ہم ایک سادہ مثال سے ایک سطحی نقشہ لے کر اس طریقہ کو واضح کرینگے اور پھر مسئلہ عملی ۲۵۹ میں دیے ہوئے شرائط کے تحت

بکس کا منظرہ دریافت کرینگے۔ اس میں بکس کے ڈھکن کا اضافہ اس غرض سے کیا جائیگا کہ ترچھے خطوط کے پیمائشی نقطوں کا استعمال واضح ہو جائے۔

مسئلۂ عملی ۲۶۲ — پلیٹ (۳۹) شکل ۱ میں بتائی ہوئی شکل کے مخروطِ مضلع کا منظرہ پیمائشی نقطوں کے طریقہ سے کھینچنا۔

مخروطِ مضلع ا ب ج د کا سطحی نقشہ اور رُوکار کھینچ لو۔ دیے ہوئے شرائط کے تحت ا خ ، نر خ، ی اور س کو کھینچ لو۔

ا ب اور ا د کے اوجھل نقطے ی ع۱ اور ی ع۲ دریافت کر لو۔

د ا کو ل تک بڑھاؤ اور خط ل د کے غیر محدود منظرہ ل۱ ع۲ کو کھینچ لو۔ ع۲ کو مرکز اور ع۲ ی کو نصف قطر مان کر ایک ایسی قوس کھینچو جو ا خ کو م۲ میں قطع کرے۔ نر خ پر ل۱ ا، ل ا کے مساوی ناپ لو اور ا م۲ کو اس طرح ملاؤ کہ ل۱ ع۲ کو ۶ میں قطع کرے۔ ۶ تب ا کا منظرہ ہوگا۔ اسی طرح ل۱ ۲ کو ل د کے مساوی لو اور ۲ م۲ کو اس طرح ملاؤ کہ ل۱ ع۲ کو د پر قطع کرے تب د، د کا منظرہ ہوگا۔ اس کو ثابت کرنے کے لیے ی م۲ کو ملاؤ۔ یہ ظاہر ہے کہ م۲ ایسے تمام خطوط کا اوجھل نقطہ ہے جو ی م۲ کے متوازی ہیں مگر زاویہ ع۲ ی م۲ مساوی ہے زاویہ ع۲ م۲ ی کے۔ لہٰذا تمام ایسے خطوط جو ی م۲ کے متوازی ہوں نر خ اور ا خ کو لازماً قطع کرینگے اور ایسے تمام خطوط کے ساتھ مساوی زاویے بنائینگے جو ع۲ ی کے متوازی ہیں۔ اس لیے ۶ م۲، ۲ خ اور ل۱ ع۲ کو مساوی زاویے بناتے ہوئے قطع کرتا ہے اور منظرہ میں فاصلہ ل۱ ا، ل۱ ۶ کے اور ل۱ ۲، ل۱ د کے اور فاصلہ ا ۲، ۶ د کے مساوی ہوگا۔

اس کے برعکس اگر خط ۶ ع۲ پر ایک فاصلہ ۶ د کے مساوی ناپ کر لینا مطلوب ہو تو م۲ ۶ کو ملاؤ اور اس کو اتنا بڑھاؤ کہ نر خ کو ا میں قطع کرے۔ ا ۲ کو ۶ د کے مساوی بناؤ اور ۲ م۲ کو اس طرح ملاؤ کہ ۶ ع۲ کو د میں قطع کرے۔ ظاہر ہے کہ ہر اوجھل نقطہ کا ایک پیمائشی نقطہ (پ - ن) ضرور ہوگا اور

تمام اُفقی خطوں کے پیمائشی نقطے ا۔ م میں ہونگے۔ ع۱ کا پیمائشی نقطہ م۱ دریافت کرو۔ اور اِسی طریقہ سے جو اُوپر بیان کیا گیا ہے۔ نقطہ ب دریافت کرو۔ ایک ترچھے خط کے لیے اس طریقہ کو استعمال کرنے کے لیے خط اج کی صورت پر غور کرو۔ اج کے سطحی نقشہ کا منظرہ ا د ہے لہذا ی ع۲ پابندہ ہوگا۔ ی ع۲ پر ایک مثلث قائم الزاویہ ایسے میلان کا جو ع ج کے میلان کے مساوی ہو کھینچو۔ اور ع۲ ع بلندی سے ع۲ کو جو ع۲ کے اوپر عموداً واقع ہو نشان کرو۔ ا ع۲ کو ملاؤ۔ ع۲ کا پیمائشی نقطہ دریافت کرنے کے لیے ع۲ کو مرکز لے کر عَ ع نصف قطر سے م۲ کو ع۲ سے عموداً نیچے حاصل کرو۔

یہاں ہم، ایک ترچھے خط ا ج پر پیمائشی نقطہ کے ذریعہ کسی دیے ہوئے طول کو حاصل کرنے کے طریقہ سے بحث کرینگے۔ ا ج کے سطحی نقشہ کے منظرہ ا د کو اتنا بڑھاؤ کہ نز خ کو ل میں قطع کرے۔ نقطہ ل پر نز خ کا ایک عمود کھینچو۔ م۲ ا کو ملا کر اتنا بڑھاؤ کہ اس عمود کو نقطہ پ پر قطع کرے۔

عمود پ ک پر نقطہ پ سے دیے ہوئے طول کے مساوی فاصلہ ا جً نشان کرو۔ ک م۲ کو اس طرح ملاؤ کہ ا ع۲ کو جَ پر قطع کرے۔ چونکہ ج د انتصابی ہے لہذا معمولی طریقہ سے نقطہ ۲ پر ایک عمود ۲ ر کھینچ کر اس نقطہ کی جانچ کی جا سکتی ہے۔ ۲ ر کو دَ جَ کے مساوی بناؤ۔ اور اگر نقاط ۲ اور ر کو م۲ سے خطوط کھینچ کر ملایا جائے تو یہ خطوط، نقاط د اور ج سے گزرینگے۔

اِس کا ثبوت حسبِ ذیل ہے:—

ع۲ ی، ع۲ م۲ کے اور ع۲ ع، ع۲ ع۲ کے مساوی ہے۔ نیز ع۲ م۲، عَ ی کے مساوی ہے لہذا یہ ع۲ م۲ کے مساوی ہوگا۔ زاویہ ع۲ م۲ م۲ مساوی ہے زاویہ ع۲ م۲، م۲ کے۔ اس لیے م۲ ایک ایسے خط کا پیمائشی نقطہ ہوگا جو ا ج کے انتصابی مستوی میں واقع ہے اور ا جً سے ایک ایسا زاویہ بناتا ہے جو اس کے طول میں کسی نقطہ سے کھینچے ہوئے انتصابی خط سے بنائے ہوئے زاویہ کے مساوی ہوتا ہے۔ لہذا پ ک منظرہ میں ا ج کے مساوی ہے۔

اوپر جو ثبوت لکھا گیا وہ مشکل ہے اور آسانی سے سمجھ میں نہیں آتا - لہذا ہم ایک اور ثبوت یہاں لکھتے ہیں :-

ہم ایک ایسا مثلث متساوی الساقین چاہتے ہیں جس کے ضلعے ا ج اور نقطہ ا سے کھینچے ہوئے عمود کے متوازی ہوں - اس کے قاعدہ کا اوجھل نقطہ یا قاعدہ کے متوازی کسی خط کا اوجھل نقطہ دریافت کرلیں تو خط ا ج پر قاعدہ ایک ایسے فاصلہ کو قطع کریگا جو عمود پر اس کے قطع کردہ فاصلہ کے مساوی ہوگا - ج ا کو اتنا بڑھاؤ کہ ل میں سے کھینچے ہوئے عمود کو لا میں قطع کرے - ظاہر ہے کہ لا ک ج مطلوبہ مثلث ہوگا - اس کی وجہ یہ ہے کہ زاویہ لا ک ج، زاویہ لا ج ک کے مساوی ہے - لہذا ضلع لا ک = ضلع لا ج، اور چونکہ منظرہ کی رو سے پ هر خط ک هر کے متوازی ہے اس لیے پ ک = ا ج -

یہ بتانے کے لیے کہ هر کس طرح حاصل ہوتا ہے، فرض کرو کہ ایک انتصابی مستوی نقطہ ی میں اُسی انتصابی مستوی کے متوازی ہے جس میں لا ک اور لا ج واقع ہیں - یہ مستوی ا - خ کو ی ع میں قطع کرتا ہے اور ظاہر ہے کہ پابندہ اس مستوی میں ہی ہوگا - اس لیے یہ فرض کرو کہ اُفقی مستوی میں ی قائم رہتا ہے اور کاغذ کو ا خ کے گرد اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ یہ تصویری مستوی کی آجیر کرے - مذکورۂ بالا ی ع میں سے گزرنے والا انتصابی مستوی، تصویری مستوی کو ع ع میں سے گزرنے والے ا خ کے علی القوائم ایک خط میں قطع کریگا اور مطلوبہ پیمائشی نقطہ اس خط میں ہوگا - اگر اس خط پر ہم ع هر کے طول کو خط ی ع کے صحیح طول کے مساوی لیں تو ایک مثلث مساوی الساقین ع ی هر حاصل ہوگا جو لا پر مطلوبہ مثلث کے متوازی ہوگا اور ی هر پابندہ اور هر مطلوبہ پیمائشی نقطہ ہوگا - اب چونکہ ع هر = ع ی اس لیے ع هر = ع ی کے صحیح طول کے -

لہذا ع کو مرکز اور ع هر کو نصف قطر لے کر ہم مطلوبہ نقطہ هر حاصل کرسکتے ہیں -

بغیر سطحی نقشہ کے منظرہ حاصل کرنے کا طریقہ یہاں لکھا جاتا ہے -

مسئلہ عملی ۲۶۳ — مسئلہ عملی ۲۵۹ میں دیے ہوئے شرائط کے مطابق پیمائشی نقطوں کے ذریعہ ایک بکس کا منظرہ حاصل کرتا۔ اس میں ایک ڈھکن بھی ایسا دکھایا جائے جس کی بلندی ۲ فٹ ہے اور ۳۰° کے زاویہ پر کھلا ہوا ہے۔ پیمانہ ۱/۴ (پلیٹ ۳۹ شکل ۲)۔

اخ، نرخ، ی کو کھینچو مں اور ع، ع۲ کو بالترتیب خط نظر سے ۵۰° اور ۴۰° کے زاویے بناتے ہوئے کھینچا جائے۔ بکس کا کونا خط نظر کے بائیں جانب ۲۰ فٹ پر ہے۔ اس لیے نرخ پر، بائیں جانب ۲۰ فٹ پر نقطہ الو۔ اُ مں کو ملادو۔ اس نقطہ کے ہر دو جانب ایک ایک پیمائشی نقطہ ہوگا۔ اور یہ نقطے جو تصویری مستوی کے تمام علی القوائم خطوط کے پیمائشی نقطے ہیں، "نقاطِ فاصلہ" کہلاتے ہیں۔ ان کو د پ۱، د پ۲ سے تعبیر کیا جاسکتا ہے۔ چونکہ ۱ خ سے ۱ کا سامنے کا فاصلہ ۱۲ فٹ ہے لہذا ۱ خ پر نقطہ ۱ کے ایک جانب ۱۲ فٹ کا فاصلہ ناپ کر نقطہ ۲ حاصل کرو اور د پ۲ پر اوجھل کرو۔ تب وہ نقطہ جہاں ۲ د پ۲ اور ۱ مں متقاطع ہوتے ہیں نقطہ ر ہوگا جو ۱ کا منظرہ ہے۔ ر کو ع۱ اور ع۲ پر اوجھل کرو۔ تب رع۱ اور رع۲ بکس کے ضلعوں ا ب اور ا د کے غیر محدود منظرے ہونگے۔ چونکہ ا د، ع۲ پر اوجھل ہوتا ہے اس لیے ر د حاصل کرنے کے لیے ھ۲ کو استعمال کرنا چاہیے۔ ر میں سے ھ۲ ا ہ ایک خط کھینچو اور ہ، ہ کو ا د کے مساوی بناؤ۔ ہ سے ھ۲ پر اوجھل کرو اس طرح کہ رع۲ کو د پر قطع کرے۔

اسی طرح ھ۱ کو استعمال کرنے سے نقطہ ب حاصل ہوجائیگا۔ مسئلہ عملی ۲۵۹ کے طریقہ سے بکس مکمل کیا جاسکتا ہے۔

بکس کے ڈھکن کو حاصل کرنے کے لیے جو ۳۰° مائل ہے، ہم کو ۳۰° مائل خطوط کا اوجھل نقطہ پہلے حاصل کرنا ہوگا۔ چونکہ ع۱ ھ۱ = ع۱ ی کے اس لیے

مزید خطوط کھینچنے سے بچنے کے لیے ھ پر ایک خط کھینچو جو ا خ سے ۳۰° مائل ہو اور ا خ کے ایسے عمود کو جو ع میں گزرتا ہے ع ھ میں قطع کرے - تب ع ھ مطلوبہ ا - ن ہوگا - اور ع کو مرکز لے کر ع ھ ھ نصف قطر سے ایک ایسی قوس کھینچو جو ع ھ ع نمدودہ کو ھ پر قطع کرے - یہ ع کا پیمائشی نقطہ ہوگا۔

ع کو ن اور ک سے ملاؤ - اِن خطوط کو بڑھاؤ تاکہ ڈھکن کے نچلے کناروں کے غیر محدود منظرے حاصل ہوجائیں - طول ن گ کو حاصل کرنے کے لیے ن میں سے ھ کو اس طرح کھینچو کہ ۳ میں سے گزرنے والے عمود کو لا میں قطع کرے - لا ما کو ن گ کے مساوی بناؤ - ما ھ کو اس طرح ملاؤ کہ ع ن ممدودہ کو ج میں قطع کرے - اِسی طرح نقطہ ی بھی حاصل ہوجائیگا - نقطہ ض کو دریافت کرنے کے لیے چونکہ اوجھل نقطہ کاغذ سے بہت دُور کے فاصلہ پر ملتا ہے اس لیے کوئی دوسرا طریقہ اختیار کرنا ہوگا - بکس کا ایک مزید رُوکار (شکل ۳) کھینچو اور پ سے ایک عمود پ ظ ایسا کھینچو کہ بکس کے قاعدہ کو ظ میں قطع کرے - ا ب پر ھ کے ذریعہ ایک فاصلہ ر ظ، آ ظ کے مساوی لو - تب ظ میں سے گزرنے والے عمود میں پ واقع ہوگا - ر خ کے ۳ میں سے کھینچے ہوئے عمود پر ۳ ایک ایسا فاصلہ لو جو پ ظ کے مساوی ہو اور ر کو ع پر اوجھل کرو - تب ر ع ظ میں سے گزرنے والے عمود کو پ پر قطع کریگا - اور ڈھکن کے دیگر نقطے اسی طرح حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

مقامی پیمائشی پیمانوں سے منظرہ

یہ طریقہ اُس وقت نہایت کارآمد ہوتا ہے جب کہ مختلف مستویوں میں جو تصویری مستوی کے متوازی اور اس سے مختلف فاصلوں پر ہوں بہت سی تفصیلی اشیا مثلاً دروازے، دریچے اور ان کے نقش ونگار وغیرہ دکھائے جاتے ہیں۔

اس طریقہ کا انحصار پہلے قاعدہ پر ہے جو اوپر بیان ہو چکا ہے:—

"ایک ایسے خطِ مستقیم کی تصویر جو تصویری مستوی کے متوازی ہو خود اس کے متوازی ہوتی ہے اور اپنے اصلی طول سے اُس کو وہی نسبت ہوتی ہے جو کہ تصویری مستوی سے آنکھ کے فاصلہ کو، خط کے سامنے کی پیمائش سے ہوتی ہے"

اس طریقہ سے ہم سطحی نقشہ کے بغیر (جو اگر ضرورت ہو تو علیحدہ کاغذ پر کھینچا جاسکتا ہے) منظرہ کھینچ سکتے ہیں۔ اور نیز ایسے کاغذ پر جہاں پیمائش سے نقطۂ قیام یا اوجھل نقطہ حاصل کرنے کی گنجائش نہ ہو، اپنا کام جاری رکھ سکتے ہیں۔ اس کے اصول حسب ذیل مسئلۂ عملی سے، جس میں کہ اسی بکس کو دیے ہوئے شرائط میں کسی قدر تبدیلی کے ساتھ کھینچ کر دکھایا گیا ہے، واضح ہونگے۔

مسئلہ عملی ۲۶۴ — مقامی پیمائشی پیمانوں سے ایک بکس کا منظرہ کھینچنا جو ۱۰َ × ۱۵َ × ۱۰َ اونچا ہے جب کہ اس کے ضلعے ا ب اور ا د تصویری مستوی سے ۴۰° اور ۵۰° کا زاویہ بنائیں۔ بکس کا قریب ترین کونا ا تصویری مستوی میں خطِ نظر سے ۲۰ فٹ بائیں جانب اور اُفقی مستوی سے ۲۵ فٹ نیچے واقع ہے۔ اس بکس پر ایک مخروطِ مضلع بھی رکھا ہوا ہے جو ۱۰َ × ۱۵َ × ۲۰َ اونچا ہے اور بکس کے نیچے ایک مستطیلی شکل کا کُندا ہے جو بکس کے تمام جانب ۵ فٹ باہر نکلا ہوا ہے اور ۴ فٹ اونچا ہے۔ (پلیٹ ۳۹۔ شکل ۲)۔

سب سے پہلے کسی مناسب مقام پر ایک اُفقی خط کھینچ لو جو ا خ کی تعبیر کرے۔ اس سے ۲۵ فٹ نیچے اور اس کے متوازی شرخ کھینچ لو۔ پیمانہ ۱/۱۰۰۔ دیے ہوئے شرائط کے تحت احتیاطاً ایک چھوٹے پیمانے (مثلاً دیے ہوئے پیمانے کا ۱/۲) پر ایک سطحی نقشہ کھینچ لو۔ اس میں ا خ، ی س، ع، ع، ھ، ھ کھینچ لو۔ یہ عمل ایک علیحدہ کاغذ پر کیا جاسکتا ہے اس لیے یہاں نہیں بتایا گیا۔ پھر ھ، ھ کو پورے پیمانہ پر ہمارے نقشہ میں منتقل کردو۔ یعنی چھوٹے پیمانہ پر کے

فاصلے سے، پورے پیمانہ پر، نقطہ س سے، اُن کا فاصلہ چہار گُناہ ہوگا۔

ش خ پر خطِ نظر سے ۲۰ فٹ بائیں جانب ۱ لو۔ اور ش خ میں کسی مناسب مقام ما پر ۱/۴ کا پیمانہ کھینچ کر اس کے ہر درجہ کو س پر اوجھل کرو۔ یہ پیمانہ وہ ہے جو اُفقی مستوی میں و میں سے ہو کر اوجھل ہو جاتا ہے اور عقب سے سامنے کو کسی فاصلہ پر یہ چھوٹا یا بڑا پیمانہ اُس مستوی کے فاصلہ کے لحاظ سے ہوگا جو تصویری مستوی کے متوازی ہے۔

سطحی نقشہ میں (پلیٹ ۳۶ - شکل ۲) ا خ پر ب ل اور د ۶ عمود کھینچو۔ نقطہ ج سے ج گ اس خط پر عمود کھینچو جو د میں سے ا خ کے متوازی کھینچا گیا ہے۔

و پر (پلیٹ ۳۹ شکل ۲) ا ب کے طول کے مساوی و ۱، ۱۰ فٹ کا لو۔ اور اسے ھ پر اوجھل کرو۔ و ۲ کو ال کے مساوی بنا کر ۲ سے س پر اوجھل کرو۔ تب ان دونوں خطوط کے نقطۂ تقاطع سے ب ملیگا۔ نقطہ د بھی ٹھیک اسی طرح حاصل ہو سکتا ہے۔ اس کے لیے و ۳ کو ۱۵ فٹ کے مساوی اور و ۴ کو ۱ ۶ کے مساوی بنا کر ھ ۳ اور س پر اوجھل کردو۔ ج کو حاصل کرنے کے لیے د میں سے ا خ کے متوازی ایک خط کھینچو جو پیمانہ کو قطع کرے۔

اس سے د پر کی تمام چیزوں کے لیے ایک تناسبی پیمانہ ہم کو مل جائیگا۔ مقامی پیمانہ پر د ۶، ۱۰ فٹ کے مساوی اور د ہ، د ج کے مساوی بناؤ۔ ھ، اور س پر ان کو اوجھل کرنے سے نقطہ ج حاصل کرو۔

یہ ظاہر ہے اور اس کو اچھی طرح ذہن نشین کرلینا چاہیے کہ کسی نقطہ کی (لہذا اس نقطہ میں سے گزرنے والے انتصابی مستوی کی بھی) تمام پیمائشیں مقامی پیمانہ پر اس طرح لینی چاہییں کہ ا خ کے متوازی نقطہ مذکور میں سے ایک خط کھینچا جائے جو پیمانہ کو قطع کرے۔ و، ب ج، د پر ۱۰ فٹ کی بلندی کو ہر ایک کے مقامی پیمانہ پر لے کر شکل کو مکمل کرلو۔ مخروطِ مظلل کھینچنے کے لیے دونوں وتر ب د اور ا ج کھینچ لو اور ان کے نقطۂ تقاطع ض سے ایک خط کھینچو جو ا خ کے متوازی ہو اور پیمانہ کو قطع کرے۔ اس طرح ض کا مقامی پیمانہ مل جائیگا۔ ض یعنی

مخروطِ مضلع کا راس حاصل کرنے کے لیے ض کے علی القوائم ۳۰ فٹ کا فاصلہ ناپ لو۔ مستطیلی کندہ کو مقامی پیمانوں سے حاصل کرنا ایک دشوار امر ہے۔ اگر اوجھل نقطے مل سکتے ہوں تو ان سے کندہ آسانی سے کھینچا جاسکتا ہے۔ سطحی نقشہ میں (پلیٹ ۳۶ شکل ۲) بکس کے ہر ایک رُخ کو اتنا بڑھاؤ کہ کندہ کے کناروں کو نقاط ف، پ، س، ت، و، ما، ک اور ک پر قطع کرے۔ اور اسی طرح سے بکس کے پیندے کے کناروں کے منظرہ کو بھی بڑھاؤ۔

ان میں سے ہر نقطہ کا منظرہ، بکس کے پیندے کے کناروں کے منظرہ میں سے ۵ فٹ کا فاصلہ کاٹ کر لینے سے حاصل ہو جاتا ہے۔ مثلاً ر خ میں و کے ہر ایک جانب ۷، اور ۸، ۸ فٹ کے مساوی فاصلے ناپ لو۔ یہ پورا پیمانہ اس وجہ سے ہوگا کہ و پر مقامی پیمانہ پورا ہے چونکہ و تصویری مستوی میں واقع ہے۔ ھ ۷ اور ھ ۸ کو ملاؤ اسی طرح کہ بکس کے پیندے کے مخروج کناروں کو پ اور ف میں قطع کرے۔ اسی طرح، مقامی پیمانہ استعمال کرنے سے بکس کے ہر کونے میں سے ۵ فٹ کا فاصلہ قطع کیا جاسکتا اور حاصل شدہ نقطوں کو ملا کر کندہ کا بالائی حصہ کھینچا جاسکتا ہے۔ کندہ کی گہرائی ہر ایک کونے پر اُس کے مقامی پیمانہ سے حاصل ہو جائیگی اور کندہ کا منظرہ مکمل ہو جائیگا۔

یہاں یہ امر قابلِ غور ہے کہ تصویری مستوی کے سامنے ہونے سے ط کا مقامی پیمانہ تصویر کے پورے پیمانہ سے بڑا ہے۔

عام باتیں

کسی شئے کا منظرہ حاصل کرنے کے لیے متعدد طریقے ہم اوپر بیان کر چکے ہیں۔ نقشہ نویس کو اس امر کا تصفیہ کرنا ہوگا کہ ہر خاص صورت کے لیے اس کو آسان ترین طریقہ کونسا اختیار کرنا چاہیے جس سے مربع نما تقاطع ملے اور خطوط کی اقل تعداد کھینچنا پڑے۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ سوالات میں ہمیشہ شئے کا خطِ نظر کے ایک جانب یا دوسری جانب ہونا دیا جائیگا لیکن قدرتی منظر میں مشاہد سیدھا اس کی طرف دیکھیگا۔

لہذا قدرتی منظر حاصل کرنے کے لیے ی کو شئے کے مرکز میں سے گزرنے والے انتصابی خط میں ہونا چاہیے۔ انسان کی آنکھ سیدھا ۶۰° سے بڑے زاویہ کا منظر نہیں دیکھ سکتی اس لیے تصویر کو اس طرح مرتب کرنا چاہیے کہ مرکزی خط' نظر کے ہر جانب ۳۰° کے زاویہ میں آجائے۔ اگر اس سے زیادہ زاویہ میں تصویر لی جائے تو منظرہ بگڑ جاتا ہے اور قدرتی نہیں رہتا اس کا ثبوت بعض دفعہ عماراتی عکسی تصویروں سے ملتا ہے جو ایسے عکسالہ سے کھینچی جاتی ہیں جس کے عدسہ کا زاویہ بہت چوڑا ہوتا ہے۔

قدرتی منظر کا منظرہ کھینچنا

کسی مقام کا منظرہ قدرتی منظر کو دیکھ کر کھینچنا ہو تو چونکہ پیمائشات کرنا ناممکن ہوتا ہے اس لیے منظرہ کے قاعدوں سے اس کی صحیح تصویر نہیں کھینچی جا سکتی لیکن طالب علم کو اب تک تصویر کشی کے متعلق عام معلومات جتنے بھی حاصل ہو چکے ہیں وہ اب بہت مفید ثابت ہونگے۔ تصویر کو شروع کرنے سے پہلے طالب علم کو چاہیے کہ کاغذ پر اُفقی خط ا خ کا مقام دریافت کر لے اور تمام دیگر تفصیلات اس کے حوالے سے لینے ہونگے۔ مثلاً فرض کرو کہ ایک بڑی عمارت طالب علم کی نظر کے سامنے ہے۔ اس کو چاہیے کہ قریب ترین انتصابی کونے کو احتیاط کے ساتھ ا خ کے اوپر یا نیچے یا اُس کا کچھ حصہ ا خ سے نیچے لے کر عمدہ طور پر کسی پیمانہ کے مطابق کھینچ لے۔ اور بعد کے جز خطوط اِس منتخبہ ناپ کے لحاظ سے ان کے فاصلوں کے تناسب لیے جا سکتے ہیں۔

پھر عمارت کے کسی جانب دو نمایاں اُفقی خطوط کو لے کر ادجھل کرنا ہوگا۔ چونکہ یہ معلوم ہے کہ ان خطوط کو ا خ میں متقاطع ہونا چاہیے لہذا ا خ کے مقام کے انتخاب کی اس طرح جانچ بھی ہو جائیگی۔ ا خ کو جب ایک دفعہ کسی مقام پہ پایا جائے تو دیگر تمام اُفقی خطوط اور نیز وہ خطوط جو اس کے اوپر یا نیچے واقع ہوں یا اوپر یا نیچے کی سمت میں مائل ہوں ا خ میں ادجھل ہونگے۔ جوں جوں تصویر کے بیرونی خطوط حاصل ہونے لگینگے بعد کی عملی باتیں خود بخود ذہن میں آئینگی بشرطیکہ طالب علم یہ جانتا ہو کہ پیمائشات کا لینا ممکن ہونے کی صورت میں اس کو

کیا طریقۂ کار اختیار کرنا ہوتا۔ نقطوں اور پیمانوں کا مہارت کے ساتھ اندازہ کرتے ہوئے عمل کو باقاعدہ جاری رکھنا چاہیے۔ اور تمام ایسی تصویروں میں جن میں کسی جسامت کی عماریاتی چیزیں ہوں، طالب علم کو بیرونی خطوط کے حاصل کرنے میں مسطر کا استعمال ناگزیر ہے۔

انسانی جسم کی نقشہ کشی میں اگر طالب علم یہ تصور کرے کہ شکل کے اہم نقطے خطوط مستقیم سے ملے ہوئے ہیں تو بڑی مدد ملتی ہے۔ مثلاً ریڑھ کی ہڈی کندھوں اور ران کے خطوط کے ساتھ مربع شکل بناتی ہے۔ پاؤں ان مستویوں سے جو گھٹنوں کے جوڑوں میں سے گزرتے ہیں اسی طرح ملے ہوئے ہیں جس طرح بازو خاص مستویوں سے ملے ہوئے ہوتے ہیں۔ انسانی ڈھانچہ کا منظرہ خاکہ پہلے بنایا جائے اور پھر سر اور دیگر اعضاء اس پر کھینچے جائیں۔ جسم کو افقی دائرے یا بیضوی شکلیں تصور کیا جا سکتا ہے اور ان کے اندر اہم خصوصیات بنائے جا سکتے ہیں۔ مثلاً سینہ کی بیضوی شکل ا خ کے اوپر اس طرح کھینچی جائے جیسی کہ وہ نظر آتی ہے۔ دیگر نقطے جو ا خ کے نیچے اور قریب تر ہوں، اور کمر کا دائرہ اور گھٹنوں کی بیضوی شکلیں وغیرہ جو شاید ا خ کے نیچے اور دوسری جانب ہونگے اسی طرح کھینچے جائیں۔ ممکن ہے کہ ان سب چیزوں کو حقیقت میں بتانا نہ پڑے مگر تصویر بنانے میں ان کل باتوں کو پیش نظر رکھنا ضروری ہے تھوڑی سی توجہ کی جائے تو بگڑی ہوئی شکلیں (مثلاً میز کا ایک پایہ ہوا میں معلق رکھا ہوا وغیرہ) جو مبتدیوں کی مشق کا افسوس ناک نتیجہ ہوا کرتی ہیں اچھی طرح کھینچی جا سکتی ہیں۔ اور یہ علم کہ تمام خطوط کہاں کھینچے جانے چاہییں آنکھ کی مدد سے نقشہ کشی میں عیب طمینان کا باعث ہوا کرتا ہے۔

ایسی تصویر میں جہاں متعدد شکلیں بناتی ہوں یہ جاننا بہت کارآمد ہوتا ہے کہ اگر ایسی تمام شکلیں ایک ہی افقی مستوی پر اور ایک ہی جسامت کی ہوں اور ا خ ان میں سے کسی ایک شخص کے سر یا سینہ میں سے گزرے تو یہی ا خ دیگر تمام اشخاص کے سر اور سینے میں سے گزریگا۔ اس قاعدہ کو پیش نظر رکھا جائے تو مختلف جسامت کی شکلوں کے لیے بہت جلد یہ سمجھ میں آجاتا ہے کہ کہاں سے ا خ کو گزرنا چاہیے اور ان کو اونچے یا نیچے مستویوں پر کی شکلوں سے بڑا یا چھوٹا کھینچا جا سکتا ہے۔

امتحان کے سوالات میں بھی جو عموماً مختصر ہوا کرتے ہیں (مثلاً پانی کا

ایک لڑکا اس طرح کھینچنا کہ اس کی گردن کا درمیانی نقطہ آنکھ کی بلندی کے برابر ہو) اس بات سے واقف ہونا کہ آنکھ سے کسی بلندی پر دائروں کی شکلیں کیسی ہوا کرتی ہیں بہت بڑی سہولت کا باعث ہوتا ہے۔

حاصل کلام یہ ہے کہ اگر طالب علم منظرہ کے اصول سے اچھی طرح واقف ہو تو ہاتھ سے نقشہ کشی میں اسے بے حد مدد ملیگی۔

کسی منحنی کے منظرہ کی دریافت

کسی دیے ہوئے منحنی کے منظرہ کی تعبیر کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ اس کے محیط پر کئی نقطوں کا منظرہ پہلے دریافت کیا جائے اور پھر ان کو ایک ہاتھ سے کھینچے ہوئے منحنی سے ملا دیا جائے۔

یہاں ہم جس منحنی پر غور کرینگے وہ صرف دائرہ ہے۔ عملاً اسی شکل کو زیادہ کھینچنا ہوتا ہے اور جو طریقہ ذیل میں بتایا جاتا ہے وہ ہر کسی منحنی کے لیے بھی عام طور پر استعمال ہو سکتا ہے۔

اگر کسی دائرہ کا مستوی نقطۂ قیام میں سے گزرے تو اس کا منظرہ ہمیشہ ایک خط مستقیم ہوتا ہے۔ اگر اس کا مستوی، تصویری مستوی کے متوازی ہو اور مرکز آنکھ کی بلندی کے مساوی بلند ہو تو منظرہ ایک دائرہ ہوتا ہے۔ دیگر تمام صورتوں میں جو عملاً پیش آسکتی ہیں دائرہ کا منظرہ "ناقص" ہوا کرتا ہے۔ عام قاعدہ یہ ہے کہ دائرہ ایک مربع کے اندر کھینچا جائے اور مربع کا منظرہ حاصل کیا جائے۔ مربع کے دونوں وتروں کو کھینچ لو۔ اگر ہم کو دائرہ اور مربع کے چار مماسی نقطوں کے منظرے اور نیز اُن چار نقطوں کے منظرے جن میں دائرہ مربع کے وتروں کو قطع کرتا ہے مل جائیں تو منحنی کو ہاتھ سے کھینچ لیا جا سکتا ہے۔

مسئلۂ عملی ۲۶۵۔ سڑک کے ایک پُل کی دو نصف کروی محرابوں کا منظرہ کھینچنا۔ سڑک کا عرض ۳۰ فٹ ہے۔ چنائی کی کُل بلندی ۴۰ فٹ اور محرابوں کی جست کی بلندی ۲۰ فٹ ہے

پیل پایوں (Abutments) کا عرض ۱۵ فٹ اور محرابوں کا عرض ۳۰ فٹ ہے۔ تصویری مستوی کے ساتھ سڑک ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ قریب ترین کونا خطِ نظر کی داہنی جانب ۲۰ فٹ پر ہے اور زمینی مستوی، اُفقی مستوی سے ۶۰ فٹ نیچے ہے۔ پیمانہ $\frac{1}{360}$
(پلیٹ ۴۰۔ شکل $\frac{1}{\text{ع}}$)۔

دی ہوئی شرائط کے مطابق ایک سطحی نقشہ اور رُوبکار کھینچو اور ایک محراب کا درمیانی نقطہ ھ دریافت کرو۔ رُوبکار میں ایک خط پَ میں سے ایسا کھینچو جو قاعدہ کے متوازی اور محرابوں کے اوپر کے حصہ کو مس کرے اور کھلے ہوئے محدودہ حصوں کو لَ اور گَ میں قطع کرے۔ ھَ لَ اور ھَ گَ کو ملاؤ اور کَ اور حَ میں سے جہاں پر کہ یہ وتر محراب کو قطع کرتے ہیں ایک دوسرا خط قاعدہ کے متوازی کھینچو۔ ہم کو اب منحنی کے پانچ نقطے آ، کَ، ۲َ، حَ اور ۳َ حاصل ہو چکے ہیں اس لیے منحنی کا منظرہ کھینچ لیا جا سکتا ہے۔

کونا ا تصویری مستوی میں ہونے کی وجہ سے اُس کا منظرہ ہم کو ش خ پر ایک عمود کھینچنے سے جو اس کو وٖ میں قطع کرے مل جائیگا۔ ع۱ اور ع۲ پر اس کو اوجھل کرو۔ وٖ میں سے گزرنے والے عمود پر چٹائی کی بلندی کو جو ۴ فٹ ہے ناپ کر لے لو۔ د کو اس طرح حاصل کر کے ع۱، ع۲ پر اوجھل کرو۔ بیرونی خاکہ آنکھ تک شعاعوں کو ہر ضروری نقطے سے کھینچنے سے مکمل ہو جائیگا بشرطیکہ ہم جہاں یہ شعاعیں ا خ کو قطع کرتی ہیں وہاں سے ش خ پر عمودوں کو کھینچیں۔

اب ہم صرف ایک محراب کی صورتِ حال پر غور کرینگے۔ دوسری کا عمل بالکل اسی طرح کا ہوگا۔ وٖد پر رٖر، رٖق، ر پ، علی الترتیب آ رَ، آ قَ اور آ پَ کے مساوی ناپ کر لے لو اور ع۲ پر اوجھل کرو۔ اس طرح ہم کو لَ، گَ اور ھَ کے منظرے حاصل ہو جائینگے۔ م ل اور م گ کو ملاؤ اس طرح کہ

ق ع م کو ک اور ح میں قطع کریں ۔ مذکورہ بالا پانچ نقطوں کے منظرے ا، ک، ح، ح، م اب ہم کو حاصل ہو گئے ہیں لہذا ہم ایک منحنی ان میں سے کھینچ سکتے ہیں۔ محراب کا اندرونی حصہ بنانے کے لیے نقطہ ف کو ع پر اوجھل کیا جاتا ہے ۔ اندرونی انسف دائرہ اس منظرہ میں نظر نہیں آسکتا ۔ اگر نظر آتا ہوتا تو نقطے مذکورہ بالا طریقے کے مطابق سطحی نقشہ کی دوسری جانب کے نقطے لے کر حاصل کرلیے جاتے ۔

منظرہ میں سائے

نور کی متوازی شعاعوں کی سمت اور ان کا میلان (جو ان میں سے کسی ایک کے سطحی نقشے اور رُوکار سے معلوم ہوجاتا ہے) پندرھویں باب میں بتائے ہوئے طریقوں سے سایوں کی دریافت کے لیے، کافی ہوتا ہے ۔ لیکن جب کسی شے کا سایہ، منظرہ میں مطلوب ہو تو متوازی شعاعوں کے اوجھل نقطوں کو سورج کے مرکز کا ظل تصور کرنا ہوگا ۔ حسب ذیل طریقہ سے شعاعوں کی سمت یا میلان کو دریافت کرنے سے یا سورج کے ارتفاع اور السمت (Azimuth) سے یہ معلوم ہوجاتا ہے (پلیٹ (۴۰) شکل ۲) ۔

ا خ پر ایک زاویہ ع ذ ت بناؤ جو دیے ہوئے السمت و کے مساوی ہو ۔ ا خ کے علی القوائم ع میں سے ایک خط کھینچا جائے تو یہ شعاع کے متوازی انتصابی مستویوں کا اوجھل خط ہوگا ۔ ع ل کو ع ذ کے مساوی اور ل پر ارتفاع کے مساوی زاویہ ط بناؤ ۔ خط ذ ع عمود کو ت ع میں قطع کرتا ہے جو مطلوبہ اوجھل نقطہ ہوگا ۔ اگر نقطہ قیام سورج اور تصویری مستوی کے درمیان واقع ہو تو ع خط ا خ کے نیچے واقع ہوگا اور سایہ مشاہد سے پرے ہٹا ہوا ہوگا ۔ لیکن اگر مشاہد اور سورج کے درمیان تصویری مستوی واقع ہو تو ع خط ا خ کے اوپر واقع ہوگا اور سایہ مشاہد کی طرف بنیگا ۔

ایک مستوی ھ ہ کے کسی نقطہ کا سایہ، ھ اور ایک دوسرے مستوی ن (جس میں سایہ پیدا کرنے والی نور کی شعاع واقع ہوتی ہے) کے تقاطع میں واقع

ہوگا ۔ لہذا ظاہر ہے کہ اس نقطہ میں سے ایک خط کو کھینچ کر مبدائے نور میں سے خواہ وہ کچھ ہی ہو، اس خط کے متوازی ایک اور خط کھینچا جائے تو نقطہ کا سایہ ان دونوں متوازی خطوط کے مستوی، اور سایہ جس پر بنیگا اُس مستوی کے تقاطع میں واقع ہوگا ۔ ان متوازی خطوط کو بھی اگر تصویری مستوی کے متوازی فرض کر لیا جائے تو قل اندازی ہوجاتا ہے اور جب سایہ والا مستوی اُفقی ہو یا تصویری مستوی کے علی القوائم ہو اور سورج عقب سایہ ہے (جیسا کہ موجودہ مثال میں بتایا گیا ہے) تو چونکہ عَ اخ میں غیر محدود فاصلہ پر ہے تاکہ سورج میں سے گزرنے والے عمود کے نچلے سرے کو ہونا چاہیے واقع ہے، اس لیے عَ اس مستوی اور سورج میں سے کھینچے ہوئے عمودی مستوی کے تقاطع پر ہوگا ۔ پلیٹ (۴۰) شکل ۳ پر غور کرو جو چند سیڑھیوں کے منظرہ کو تعبیر کرتی ہے ۔ اگر کونا ا ب کو ہم کسی انتصابی خط کی جو ایک اُفقی مستوی پر کھڑا ہوا ہے عام مثال تصور کریں جہاں ع شعاع کے سطحی نقشہ کا اور عَ خود شعاع کا اوجھل نقطہ ہو تو ا سے شعاع کی تصویر ا عَ ہوگی اور ب عَ ایک عمودی مستوی کے ساتھ جس میں شعاع واقع ہوگی اُس مستوی کے تقاطع کی تصویر ہوگا جس پر ب واقع ہے یا مستوی پر ا ب سے بنایا ہوا سایہ ہوگا ۔ لہذا حصہ ب س جو دونوں خطوط کے ملنے کے مقام تک ہوگا اُس مستوی پر جو ب میں سے گزرتا ہے خط ا ب کا سایہ ہوگا ۔ اور اسی مستوی پر ا کا سایہ س ہوگا ۔

کسی دوسرے نقطہ مثلاً ج کا سایہ اسی طرح دریافت کیا جا سکتا ہے ۔ ج عَ اور د ع جب متقاطع ہونگے تو نقطہ سَ حاصل ہوجائیگا ۔

لیکن ہم کو یہ معلوم ہے کہ اُفقی خط ا ی کا سایہ کسی اُفقی مستوی پر ای کے متوازی ہوا کرتا ہے لہذا اس کی تصویر عَ پر اوجھل ہوگی جو ا ی کا اوجھل نقطہ ہے، اور ی سے شعاع کی تصویر کو قطع کرنے کے لیے عَ س کو بڑھایا جائے تو ی عَ، ا ی کی تصویر ہوگی ۔

انتصابی خط ی ف کی تصویر ع پر اسی طرح اوجھل ہوگی جس طرح کہ

ا ب کی ج د پر ہوئی تھی، لہٰذا ف میں سے گزرنے والی شعاع کو قطع کرنے کے لیے اس کو کھینچا جا سکتا ہے یعنی گ ف کا جس میں وہ واقع ہے سایہ کھینچا جا سکتا ہے اور یہی عمل نیچے تک کیا جا سکتا ہے۔

ا میں سے گزرنے والی سیڑھیوں کے عقبی خط کا سایہ، خود خط کے متوازی ہوگا۔ اور س سے ع کو اوجھل ہوگا۔ اس طرح زمین پر کے سایہ کی تکمیل ہو چکی۔

یہ سب ایک مستوی پر عمل کیا گیا ہے لیکن اسی عمل سے چند سیڑھیوں کا دیگر سایہ بھی حاصل ہو جائیگا۔ مثلاً اوپر سے دوسری سیڑھی کے مستوی پر کے ک کا سایہ ن پر ہوگا جہاں ک عٓ اور ھ ع ملتے ہیں اور ک پ کا یا اس میں کے حصہ ک و کا سایہ عٓ پر اوجھل ہوگا۔ جس جگہ کہ یہ رافعہ (Rise) کے نچلے حصہ کو قطع کرتا ہے وہ ممکن سایہ کی انتہا ہوگی جس کو ک کے ساتھ ملا دینا چاہیے۔

اسی طرح کا عمل دوسری سیڑھی کے لیے بھی کیا جا سکتا ہے۔ نقطہ پ کا سایہ اس کے مستوی پر ق پر ہے اور اسی طریقے سے سیڑھی پر اس کا حقیقی سایہ حاصل ہو سکتا ہے۔ علیٰ ہذا القیاس چوتھی سیڑھی کے لیے اس کے مستوی کا سایہ نقطہ لا پر ہے اور عٓ لا سے اس سیڑھی پر سایہ حاصل ہو جاتا ہے جس کا کچھ حصہ نقطہ دار خط سے بتایا گیا ہے، اس کی وجہ یہ ہے کہ اس کے لیے ک و سے زیادہ لمبا خط درکار ہے۔

نیچے سے شروع کرو تو ر د کا سایہ ع تک جاتا ہے حتیٰ کہ وہ انتصابی رافعہ (Rise) سے مل جاتا ہے جس پر یہ خود عمود ہے۔ بعد کی سیڑھی پر وہ ع تک جاتا ہے وغیرہ وغیرہ یہاں تک کہ وہ اس سایہ کو قطع کرتا ہے جو اوپر سے ضلع کی تصویر میں و سے و ع تک نیچے لایا گیا تھا۔

اوپر کی مثال میں کل سایے یا تو افقی مستویوں میں تھے یا عمودی مستویوں میں، اب ایک ایسی مثال پر غور کرو (شکل ۔۔) جہاں کہ دیواروں ا ب ج د اور ا ب ہ ن کا سایہ دو مکانوں کی دیواروں اور چھتوں پر

جن کا صرف کچھ حصہ بتایا گیا ہے، پڑتا ہے - فرض کرو کہ ع، عَ شعاع کے اور ع، عَ مکانوں کے اور ع اور عَ دیواروں کے اوجھل نقطے ہیں -

سب سے پہلے کونا ا بُ پر مکان کی اولتیوں کی بلندی کے مساوی بلندی پر ایک نقطہ ی ہم کو حاصل کرنا ہوگا - تب ا عَ اور ی ع سے س حاصل ہو جائیگا جو اولتی کی سطحی بلندی پر اُفقی مستوی میں ا کا سایہ ہوگا اور ف گ ک نصف چھت کی تراشش ہوگی جو شعاع میں سے گذرنے والے عمودی مستوی سے بنائی جائیگی - لہذا اس اور ف ک کا تقاطع نقطہ پ کو دیگا جو چھت پر ا کا سایہ ہوگا اور پ ف، ا ب کے کچھ حصہ کا یعنی ا ی کا چھت پر سایہ ہوگا باقی حصہ ف ل ب دیوار اور زمین پر ہوگا -

دیوار کے اوپر کے حصہ ا د کا سایہ، ا د کے متوازی ہوگا لہذا عَ س ھ، اولتی کے مستوی پر اس کی تصویر ہوگا اور چھت پر کا سایہ پ ھ ہوگا - اس کو دیوار پر دریافت کرنے کے لیے زمین پر دریافت کرنا ضروری ہے - لہذا د عَ اور ج ع سے نقطہ و حاصل ہو جائیگا جو زمین پر د کا سایہ ہے - اور عَ وق تصویر ہوگی جس کو ق سے آگے بڑھانے سے زمین پر کا سایہ حاصل ہوگا اور ھ ق دیوار پر کا سایہ ہوگا -

مثال میں دوسری مائل چھت پر جو سایہ بتایا گیا ہے وہ بھی اسی طریقہ سے حاصل ہو سکتا ہے - طالب علم کو یہ بات یاد رکھنی چاہیے کہ تمام ایسے سایے جو انطباقی خطوط سے یکساں ڈھلاؤ کی چھتوں پر پڑتے ہیں، ہمیشہ متوازی ہوتے ہیں اور اس لیے ایک ہی نقطہ پر اوجھل بھی ہونگے - اس سے سایے کھینچنے میں اکثر اوقات بڑی مدد ملتی ہے -

آخر میں مثال کے طور پر ہم ایک مدرسہ کا نقشہ جو حسب ذیل ہے کھینچ کر دکھائینگے -

مسئلۂ عملی ۲۲۶ ــــ ایک مدرسہ کے مکان کا سطحی نقشہ اور روکار $\frac{1}{\ }$ کے پیمانہ پر دیا ہوا ہے - اس کا منظرہ ا انچ کر دو نقشے

پیمانہ پر کھینچو جب کہ تصویر کا فاصلہ ۴۰ فٹ ہو۔ س خ کے اوپر ا خ کی بلندی ۶ فٹ کی ہے اور قریب ترین کونا تصویری مستوی میں ہے۔ رُخ ا م، ا خ کے ساتھ ۳۵° کا زاویہ بناتا ہے۔ عمارت پر کے اور زمین پر کے سائے بھی بتاؤ، ع اور عٌ کو شعاع کے اوجھل نقطے فرض کیا جائے۔ (پلیٹ (۱۴)۔ شکل ۱)۔

ا خ کو کھینچ کر س کے مقام کا تعین کرلو۔ پھر ا خ کو ۶ فٹ کے پیمانہ سے ی س کو ۴۰ فٹ کے مساوی ناپ کرلو۔ اور اوجھل نقطے اور پیمائشی نقطے ع، عٌ، م۱ اور م۲ دریافت کرو۔ عمارت کے خاکے کا سطحی نقشہ ۶ فٹ = ۱ انچ کے پیمانہ پر باریک خطوط سے اس میں کھینچ لو۔ قریب ترین کونے کو "س" پر رکھ کر، سطر کو "ی" تک لے جاؤ اس کے دیگر کونوں پر رکھتے ہوئے، نظری شعاعوں کے ا خ کے ساتھ تقاطع کو مدھم طور پر نشان کرلو۔ مکان کے عمودی کونے ان نقطوں میں سے گزرنے والے ا خ کے عمودوں میں واقع ہونگے۔ چونکہ یہ بہت صحیح کھینچے گئے ہیں لہذا بعد کا تمام کام ان کے درمیان واقع ہونے کی وجہ سے زیادہ غلط نہیں ہوسکتا۔

س سے نیچے ۶ فٹ اور اوپر ۵ فٹ کا فاصلہ ناپ کرلو۔ یہ دیوار کے نچلے اور اوپر کے کناروں کی تعبیر ہوگی۔ اور س سے اوپر ۱۲ فٹ کا فاصلہ کنگنیے کی چوٹی کو تعبیر کریگا اور ان نقطوں سے خطوط کو ع اور عٌ تک اوجھل کرنے سے دونوں کنگنیے (Gables) کے تینوں کونے ان انتصابی خطوں پر جو پہلے سے نشان کرلیے گئے ہیں مل جاتے ہیں۔ ان کو پھر اندرونی جانب اوجھل کرنے سے عمارت کی چھتائی کی اولتیاں (Eaves) اور مگریاں (Ridges)

حاصل ہو جائینگی ۔ سطحی نقشے میں کونوں کے ملنے کو خفیف طور پر نشان کیا جائے اور نظری شعاع کو ہی تک کھینچ کر تصویر میں ان کے ملنے کی جانچ کر لی جائے ۔ اب بیرونی اصلی خاکہ صحیح طور پر ہم کو حاصل ہو جائیگا اور تفصیلات کو اندر کھینچنے سے ان کے مختلف حصے زیادہ غلط نہیں کھینچے جا سکتے ۔

ایک دوسرا طریقہ وہ ہے جس میں نرخ استعمال کیا جاتا ہے ۔ بائیں ہاتھ کی جانب کے کینیٹے کے دونوں کونے ۱ سے ۱۶ اور ۲۹ فٹ پر ہیں اس لیے ان فاصلوں کو نرخ پر اپنی بائیں جانب ناپ کر لو اور ان سے ع م کی طرف اس طرح اوتھل کرو کہ ع ل کو ملاو یہ نقطوں میں قطع کرے جن سے زمین پر کینیٹے کے کونے مل جائینگے ان نقطوں میں سے عمود کھینچے جا سکتے ہیں ۔

اسی طرح نرخ پر ایک نقطہ جو ل سے ۲۲½ فٹ پر یا دوسرے دونوں نقطوں کے درمیان ہو کینیٹے کی نگری (Ridge) دیگا اور پہلے کی طرح ان تینوں نقطوں میں سے عمود کھینچ کر مناسب بلندیاں ناپ کر لی جا سکتی ہیں ۔ بالکل اسی طرح دوسرا کینیٹا یا کوئی اور نقطہ اندر کھینچ لیا جا سکتا ہے ۔

بعد کا حصہ جس کو اندر کھینچنا ہو وہ چھت ہے اور بہتر یہ ہے کہ اس کو بالکل اسی طرح کھینچا جائے جس طرح کہ چنائی (Masonry) کھینچی گئی تھی ۔ یعنی سطحی نقشے میں چھت کے کونوں کو پہلے حاصل کر لیا جائے اور نظری شعاعوں کو نیچے لاکر ان عمودوں کو کھینچ لینا چاہیے جن میں کونے واقع ہیں ۔

ان عمودوں پر بلندیوں کو لینا ہو تو حسب ذیل طریقہ اختیار کیا جائے :۔

نگری (Ridge) کے خطوط اور نگری (Ridge) کی تصویر کے (جو پہلے دریافت کر لی گئی ہے) تقاطع سے نگری کے نقطے حاصل ہونگے ۔ اور متعدد چھوٹے چھوٹے سوالات میں چنائی (Masonry) کے کناروں کے متوازی ان کے کناروں کو کھینچنا کافی ہوگا ۔ لیکن اس تصویر میں چونکہ تصویری مستوی سے قریب ہوں یا دور ہوں تو خطوط کے جوڑے متوازی نہیں رہتے لہذا ان کو صحیح طور پر کھینچنا ضروری ہے ۔ اس کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ دونوں کینیٹوں کے چھت کے کناروں کے سطحی نقشوں کے خطوط کو تصویری مستوی تک

خارج کرنا چاہیے ۔ اور ان نقطوں پر ا خ کے اوپر ۴ فٹ کی پوری بلندی لے کر ع اور ع پر اوجھل کرنا چاہیے ۔ باقی دونوں رُخ کے اندرونی خطوط کو پھر اس طرح اوجھل کیا جاسکتا ہے کہ مکرر داخلی کونے پر ملیں ۔

کُل جزوی تفصیلات اب یا تو سطحی نقشہ سے یا پیمائشی نقطوں سے بھری جاسکتی ہیں ۔

جس مینار میں گھنٹہ لگا ہوا ہو اس کو سطحی نقشہ کی مدد سے اچھی طرح کھینچا جاسکتا ہے ۔ اس کا طریقہ چھت کے سلسلہ میں بیان ہو چکا ہے یعنی نظری شعاعوں کے عمودوں کو پہلے کھینچ لینا چاہیے اور پھر سطحی نقشہ کے خطوط کو اتنا خارج کرنا چاہیے کہ وہ تصویری مستوی سے جا ملیں ۔ بلندیوں کو پورے پیمانہ پر ناپ کر لینا ہوگا ۔ لیکن مقامی پیمانوں کے استعمال سے بھی یہ عمل کیا جاسکتا ہے ۔

ہم کو پہلے پورے مینار کا (جس پر گھنٹہ لگایا جاتا ہے) مقام، مکان کے نقشہ میں جو کھینچا جا چکا ہے، متعین کرنے کے لیے، سطحی نقشہ سے، قریب ترین ستون کے قریب ترین کونے کے انتصابی خط کو، نیچے لانا ہوگا اور اس کو تصویر میں ج پر بچھائی کے اولتی خط پر قائم کرنا ہوگا ۔ پھر ج سے ایک خط اس کے نیچے، زمین پر کھینچنا ہوگا جس پر اوجھل پیمانہ کھینچا جائیگا ۔ اور اس نقطہ سے ا خ کے متوازی ایک خط اوجھل پیمانہ کی طرف کھینچو جس پر نقطہ ج کے لیے پیمانہ ہوگا اور کل جزوی چیزیں ٹھیک اسی طرح اس میں کھینچ لی جاسکتی ہیں جس طرح کہ اصلی عمارت کی صورت میں کھینچ لی گئی تھیں ۔ پلیٹ میں یہ کل جزئیات بتائے گئے ہیں لیکن پھر ان کو یہاں دوہرانا طول امل ہوگا ۔

عمارت پر اور زمین پر پڑنے والے سایے ایسی شعاعوں کے ذریعہ بتائے گئے ہیں جو ع ف پر اوجھل ہوتے ہیں ۔ یہ عمل بھی ٹھیک اسی طرح کا ہے جیسا کہ سیڑھیوں اور مکان کے سلسلہ میں بتایا گیا ہے لیکن عمل کے خطوط اس لیے نہیں بتائے گئے کہ شکل زیادہ پیچیدہ نہ ہو جائے ۔ طالب علم کو پورا عمل کر کے شکل کی صحت کو جانچ لینا چاہیے ۔ ع اور ع کے مقاموں کو بدلنے سے

اس سوال کو غیر محدود صورتوں میں حل کرنے کے لیے دیا جا سکتا ہے۔

مشقی سوالات

یاد داشت — ایسی تمام صورتوں میں جہاں ٹھیک شرائط نہ دیے گئے ہوں یہ فرض کرو کہ آنکھ تصویری مستوی سے کسی پیمانہ پر ۱۲ فٹ کے فاصلہ پر ہے اور زمینی خط سے ۵ فٹ اوپر ہے۔

(۱) ایک دائرہ جس کا نصف قطر ۳ فٹ ہے تصویری مستوی کو مشاہد کی بائیں جانب ایک فٹ کے فاصلہ پر مَس کرتا ہے۔ ایک مسدسی مخروطِ مضلع (قاعدہ کے کنارے ۲ فٹ، بلندی ۶ فٹ) اِس دائرہ کے مرکز میں کھڑا ہے۔ اس کے دو ضلعے تصویری مستوی کے علی القوائم ہیں۔ پیمانہ $\frac{۱}{۲۴}$

(۲) دو مربع منشور زمینی مستوی پر کھڑے ہوئے ہیں۔ ہر ایک منشور کے محور اور دو رُخ انتصابی مستوی میں ہیں اور داہنی جانب ۴۵° ہٹے ہوئے ہیں۔ ہر ایک منشور ۶ فٹ اونچا ہے اور ہر ایک کے قاعدہ کا ضلع ۲ فٹ کا ہے۔ دونوں کے درمیان فاصلہ ۶ فٹ کا ہے۔ قریب ترین مجسمہ کا قریب ترین نقطہ زمینی مستوی پر ۱ فٹ بائیں جانب اور تصویری مستوی کے تین فٹ اندر ہے۔

ان کے اوپر اور دونوں کے سرے سے ایک فٹ باہر نکلا ہوا ایک تیسرا منشور رکھا ہوا ہے جو ۱۲ فٹ لمبا ہے اور جس کا قاعدہ مربع ہے۔ اس کا ہر ایک ضلع ۲ فٹ کا ہے۔ اس کا محور دونوں منشوروں کے محوروں کے مستوی میں واقع ہے پیمانہ $\frac{۱}{۴۸}$ ۔

(۳) ذیل میں جس چیز کے سطحی نقشہ اور رُوکار کا خاکہ دیا گیا ہے اس کا منظرہ دی ہوئی شرائط کے مطابق کھینچو۔ ضلع اب کو تصویری مستوی سے قریب ترین اور اس سے ۴۵° مائل ہونا چاہیے۔ نقطہ ا اُس عمود سے ۱۰ فٹ بائیں جانب ہونا چاہیے جو نقطۂ نظر سے تصویری مستوی پر کھینچا گیا ہے۔ نقطۂ قیام تصویری مستوی سے ۳۰ فٹ پر اور زمین سے ۵ فٹ بلند ہونا چاہیے۔ پیمانہ $\frac{۱}{۲۴}$ ۔

(۴) ایک مخمسی منشور (قاعدہ کا کنارہ ۳ فٹ بلندی ۴ فٹ) کے قاعدہ کا مستوی انتصابی اور تصویری مستوی سے ۳۰° مائل ہے ۔ اس کے منظرہ کی تحلیل کرو ۔ پیمانہ $\frac{1}{۲۴}$ ۔

(۵) ایک گرجا کا منظرہ کھینچو جس کا سطحی نقشہ اور رُوکار ذیل میں دیا گیا ہے؛ نقطۂ نظر تصویری مستوی سے ۸۰ فٹ پر اور زمینی مستوی سے ۲۵ فٹ اوپر ہے ۔ پورچ[۱۵] (Porch) کا قریب ترین کونا تصویری مستوی میں اور خطِ نظر سے ۲۰ فٹ داہنی جانب ہے ۔ دیوار جس میں دروازہ ہے تصویری مستوی سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے ۔ پیمانہ $\frac{1}{۲۴۰}$

۱۵ ؎ پیش خانہ یا پیش گاہ

سطحی نقشہ
دو رکار

فہرست اصطلاحات

نقشہ کشی حصہ دوم

انگریزی	اُردو
A	
Adjacent edges	متصل اضلاع
Architectural drawings	عماریاتی نقشے
Auxiliary elevation	معاونی رُوکار
Auxiliary planes	امدادی مستویات
Axial pitch	محوری گھائی
C	
Chord	وتر
Circle of contact	دائرۂ تماس
Concavity	تقعر
Conical helix	مخروطی مرغولہ
Conjugate diameter	زوجی قطر — مزدوج قطر (مترجم)
Contours	ہم ارتفاعی خطوط
Conventional exaggeration	قرارداده مبالغہ
Conventional ray	قرارداده شعاع
Corresponding points	متناظر نقطے
D	
Development	گشاد
Diminution	تصغیر (مترجم)
Distortion	اینٹھن
Divisional lines	تقسیمی خطوط
Dome	گنبد
E	
Eave	اولتی
Elevation	رُوکار
Ellipse	شکلِ ناقص / قطعِ ناقص

انگریزی	اُردو
Extreme points	محدود نقطے / انتہائی نقطے
F	
Finder	یابندہ
Finite lines	محدود خطوط
Footing	کندہ (مترجم)
G	
Gables	کنیٹے
Generating point	تکوینی نقطہ
Generators	خطوطِ تکوین (مترجم)
Generatrix	تکوینی خط / خطِ تکوین
Ground line	ارضی خط
Ground plane	زمینی مستوی
H	
Helical curve	مرغولی منحنی
Helicoidal	مرغولہ نما
Helix	مرغولہ
Hexagonal pyramid	مسدسی ہرم
Horizontal trace	اُفقی چربہ
I	
Impression	ارتسام
Indefinite perspective	غیر محدود منظرہ
Index	قوت نما

انگریزی	اُردو
Interpenetration of solids	مجسمات کا باہمی دخول
Intersecting solid	متقاطع مجسمہ
Intersection	تقاطع
Isometric	ہم پیمائش
L	
Landscapes	مناظر (مترجم)
Limiting points	محدود نقطے
Line of sight	خطِ نظر
M	
Measuring point	پیمائشی نقطہ
N	
Niche	طاق
O	
Object	شخص
Octahedron	ہشت سطحی
Orthographic projection	قائم تظلیل
P	
Perimeter	گھیر
Perspective	منظرہ
Picture plane	تصویری مستوی
Plane	مستوی
Plane of projection	تظلیلی مستوی
Point of sight	نقطۂ نظر

انگریزی	اُردو
Polyhedron	کثیر السطوح۔ کثیر سطحی
Porch	پیش خانہ۔ پیش گاہ
Projection	تظلیل۔ اظلال
Projection of solids	مجسمات کی تظلیل / مجسماتی تظلیل
Projector	خطِ تظلیل (مترجم)
Pyramid	مخروطِ مضلع
R	
Real inclination (true inclination)	حقیقی میلان
Re-entering corners	متداخل کونے
Ridge	نگری
Right cone	قائم مخروط
Rise	چڑھاؤ۔ رافعہ
Rotundity	گولائی (مترجم)
S	
Secant	قاطع
Sector	قطاع۔ قطاع دائرہ
Semi-cylinder	نصف اسطوانہ
Solid	مجسمہ۔ مجسم
Solid polyhedron	مجسماتی کثیر السطوح
Spectator	مشاہد
Spherical	کروی
Spheroidal	کرہ نما

انگریزی	اُردو
Spoke	آرا
Spring	کمانی
Springing	جست
Station point	نقطۂ قیام۔ مقامی نقطہ
Straining frame	تناؤ چوکھٹا (مترجم)
T	
Tangent plane	مماسی مستوی
Tangent ray	مماسی شعاع
Tetrahedron	چوسطحی۔ ذوار بعۃ السطوح
Theoretical shape	نظری شکل
Thread	چوڑی
Tone	رنگ (مترجم)
Trace	چربہ۔ چربہ اُتارنا
Tread	قدم گاہ
Truncated cone	کٹواں مخروط
V	
Vanishing line	اوجھل خط
Vanishing points	اوجھل نقطے
Vertical	انتصابی
Vertical trace	انتصابی چربہ
Visual rays	مرئی شعاعیں / نظری شعاعیں
W	
Wash	شوب

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۲۶۱	۱۰	کھینیا	کھنچیا
۲۶۳	۷	ل کھینچو	ل کھینچو
〃	۸	علی القائم	علی القوائم
〃	۱۴	ستوی	مستوی
〃	۲۴	ط	ٹ
۲۶۳	۱	ی، ط،	ع، ٹ،
〃	〃	ٹ ی، ل،	ٹ ع، ل،
〃	۲	ت ی ۲	ٹ ع ۲
〃	۴	ط،	ٹ،
〃	۶	ط،	ٹ،
〃	〃	ط	ٹ
〃	۷	ط ع ل	ٹ ع ل
〃	۸	ط ۲	ٹ ع
۲۶۵	۳	لہ	ل ۲۳
۲۶۵	۶	ج	ج
〃	۷	ر	رَ
〃	۱۹	آجائنگا	آجائینگا
〃	۲۵	تختی	تحتی
۲۶۸	۱	ے	سے
۲۷۱	۲۰	د	دَ
۲۷۲	۳	عٌ	عٌّ
۲۷۳	۱۶	ایک ـ	ایک خط
۲۷۶	۱۳	ے	سے
〃	۲۲	متاوی	متساوی
۲۸۰	۴	نیرِ بحث	زیرِ بحث
۲۸۰	۱۳	پلیٹ ۲۴	پلیٹ ۲۵
۲۸۲	۹	ک گ	تک
〃	۱۳	گ گ	سک

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۲۸۲	۱۵	ک۲ اور ک۳	ک۱ اور ک۳	۳۲۵	۱۳	ج ۲ ر	ج ۲ ر
۲۸۳	۱۹	مماس	مماسی	〃	۱۳،۱۴،۱۸	ہوگی	ہوگا
۲۸۴	۱۹	د۲۸۲ چ	د۲۸د چ	〃	۱۴	کی جاتی	کیا جاتا
۲۹۱	۱۸-۱۹	ایتے	ایسے	۳۲۹	۷	کھنچنا	کھینچنا
〃	۲۳	نقاطِ تقاطع	نقاطِ تقاطع	〃	۱۹	چاہیے	چاہیے
۲۹۲	۱۱	نقاط	نقاط	۳۳۱	۷	گھیری ہوئی	گھیرے ہوئے
〃	۱۲	کرد	کرو۔	〃	۱۲	کرتے ہیں	کرتا ہے
۲۹۹	۲	کے	کی	〃	〃	بھیجتے بھی ہیں	بھیجتا بھی ہے
〃	۱۶	بنائے	بناتے	۳۳۳	۲۵	ںکہ	کہ
۳۰۱	۱۱	ستوازی	متوازی	۳۳۴	۱۱	روشنائی	روشنائی
۳۰۷	۱۴	ملعب	مکعب	۳۳۵	۵	ردکار	روکار
۳۰۸	۱	سایہ	سایہ	۳۳۵	۱۰-۱۱	کونا	کونے
〃	۲	امر	امر	۳۳۶	۲۳	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$
〃	۸	تعبیرکی	تعبیرکی	۳۴۳	۲	منظروں	مطلوبہ منظروں
۳۰۹	۹	کھیچے	کھینچے	〃	۲۱	ا	ی
〃	۲۰	ج گ ی / د ح ث	ج گ ی / د ح ث	〃	۲۲	ع ن و	ا ن ع
۳۱۲	۳۰	اس	اس	۳۴۴	۳	ا	ی
۳۱۵	۱۵	دبا	دیا	〃	۱۹	۳۸	۳۷
〃	۱۶-۱۹	ن ث	ن ل	۳۴۵	۱۵	ا مر ن و	ا مر ن ع
۳۱۷	۲۱	ر	ا	۳۴۶	۱۷	ق	ف
۳۱۹	۶	قطع	قطع	۳۴۷	۲	ح ل	ا خ
〃	۱۲	ساکن	ساکن	۳۵۱	۲۳	۳۷ نقطہ	۳۷ کا نقطہ
۳۲۲	۲۳	(د ۲)	(ہ ۲)	〃	۲۳	کافذکس	کا فذ ابکس

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۳۵۵	۱۸	(اورجھل	(اوجھل	۳۶۸	۱	گناہ	گنا
۳۵۶	۲۲	سمھنے	سمجھنے	۳۶۹	۷	کمس	بکس
۳۵۹	۷	گ	ج	"	۱۳	کولے	کوسنے
"	۲۰	بتقاطع	متقاطع	۳۷۱	۱۹	بناتی	بنانی
۳۶۲[1]	۱۲	ملاو	ملاؤ	۳۷۳	۱۰	ملنوازی	متوازی کھینچو
"	۱۹	ا و ۲	ا ' ۲	۳۷۴	۱۶	علی القوام عٖ	علی القوائم عٖ
۳۶۳	۸	عَ ع	عَ ی	"	۲۲	عٗ	عٗ
"	۱۱	انتا	اِتنا	۳۷۶	۲۳	اُفتی	اُفقی
"	۱۹	ع عٖ	عٖ عَ	۳۷۷	۲	ع	عٖ
				"	۱۶	پہ جومایہ	پر جوسایہ
۳۶۴	۱۹	مساوی لیساقین	مساوی الساقین	۳۸۲	۴	کپینچو	کھینچو

[1] صفحہ ۳۶۲ و ۳۶۳ میں نقطہ ر اور ص ایک ہی جگہ واقع ہے۔ کتاب کے متن میں اس کو کہیں ر اور کہیں ص لکھا گیا ہے۔

اشاریہ

نقشہ کشی حصہ دوم

شکل ۱

چہارم
سوم
دوم
یکم
لا
ما

شکل ۲

دوم
یکم
لا
ما

شکل ۱
شکل ۲
لا
ما

شکل ۱
شکل ۲

شکل ۱

شکل ۲

شکل ۳

شکل ۲

شکل ۱

لا
ما

تصویری مستوی

افقی مستوی کی میں سے

زمینی مستوی